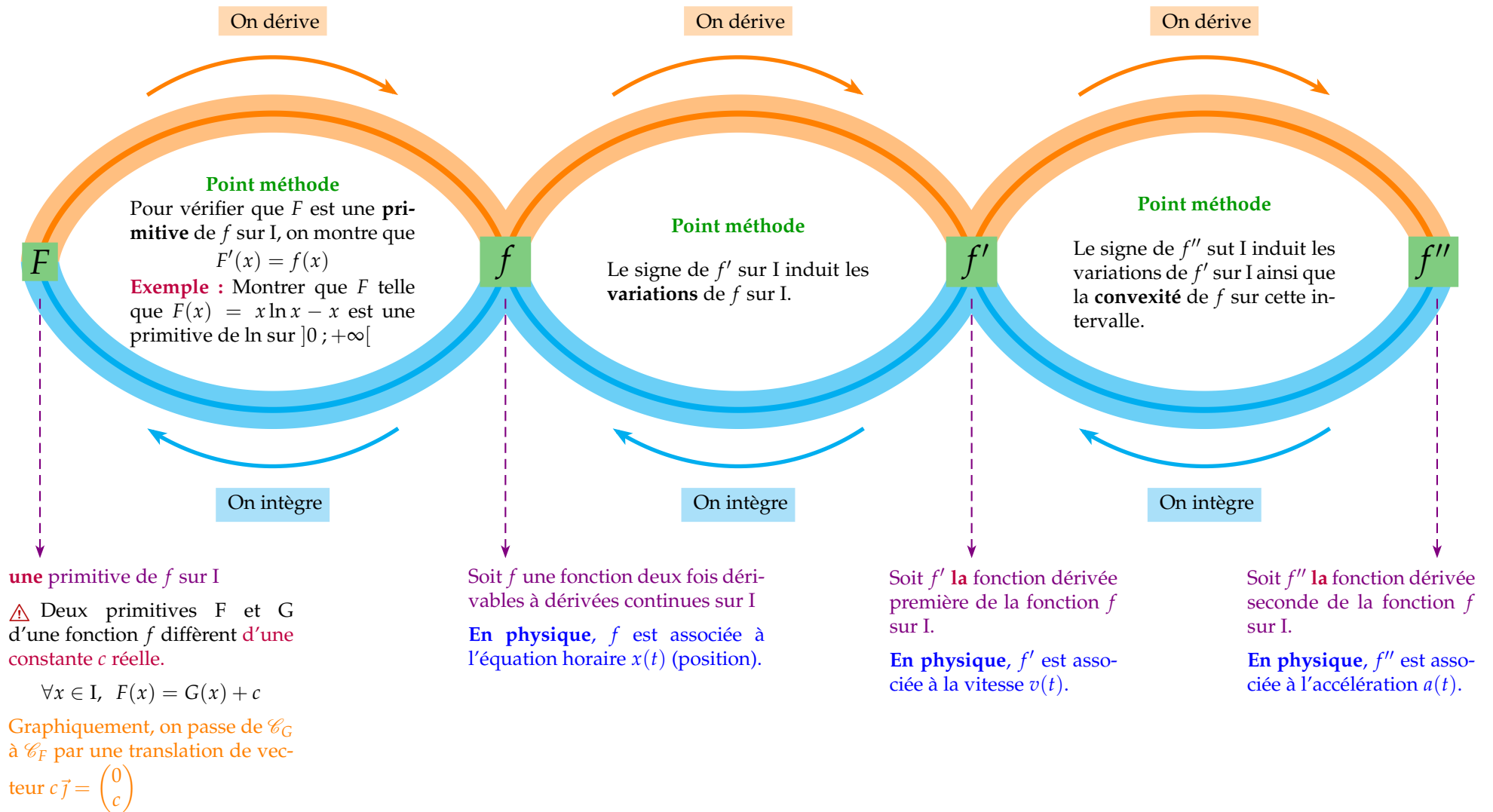


« Généalogie fonctionnelle »



Une application

Soit f la fonction deux fois dérivable, à dérivées continue sur \mathbb{R} définie par :

$$f(x) = x \cos 2x$$

On peut facilement vérifier que, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -\sin 2x - \frac{1}{4}f''(x)$

en effet : $f'(x) = \cos 2x - 2x \sin 2x \Rightarrow$

$$f''(x) = -2 \sin 2x - 2 \sin 2x - 4x \cos 2x = -4 \sin 2x - 4f(x) \Leftrightarrow 4f(x) = -4 \sin 2x - f''(x)$$

Cette relation fonctionnelle permet d'atteindre l'ensemble des primitives de f sur \mathbb{R} .

Ainsi, $\forall x \in \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4}f'(x) + c$ avec $c \in \mathbb{R}$

Culture : On dit que la fonction f est une solution de l'équation différentielle du second ordre :

$$y + \frac{1}{4}y'' = -\sin 2x \quad \text{où } y : x \mapsto y(x)$$