Savoir CALCULER DES PRIMITIVES, RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Ce que je dois avoir compris

- **La différence de nature entre fonction et expression de fonction**

  Il ne fallait pas écrire que $2x$ est la dérivée de x^2, mais que la fonction $x : \mapsto 2x$ est la dérivée de la fonction $x \mapsto x^2$.
  De même, il ne faudra pas écrire que x^2 est une primitive de $2x$, mais que la fonction $x : \mapsto x^2$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 2x$ (surveillez dans les corrigés les passages entre fonction et expression de fonction).

- **La différence entre dériver et trouver une primitive**

  Ce sont les actions inverses : $\begin{cases} \text{si } f \text{ est la dérivée de } F\text{, alors } F \text{ est une primitive de } f, \\ \text{si } F \text{ est une primitive de } f\text{, alors } f \text{ est la dérivée de } F. \end{cases}$

- **Les notation dans les équations différentielles**

  Les solutions à trouver sont des fonctions, donc l'inconnue est une fonction : on la note y et sa dérivée y'.
  Mais on s'autorise le mélange entre fonction et expressions !
  Ainsi, on écrira « Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' = y + 2x - 1$ »
  au lieu de « Déterminer les fonctions y telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y'(x) = y(x) + 2x - 1$. ».

Ce que je dois savoir faire

- **Vérifier une primitive**
  - Parfois on vous donne la fonction F et on vous demande de vérifier que c'est une primitive de f sur $[a ; b]$.
    Dans ce genre d'énoncé, surtout ne cherchez pas à calculer une primitive (voir ci-dessous), vous n'y arriverez pas...
    Il suffit de dériver F et si $F'(x) = f(x)$, c'est vérifié.

- **Calculer une primitive**
  - On peut donner directement une primitive si l'expression $f(x)$ est une somme d'expressions usuelles :

    - des monômes $\ldots + x^n + \ldots$ (avec $n \neq -1$), ... alors une primitive est $F : x \mapsto \ldots + \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + \ldots$

      En particulier pour $\ldots + x + 1$, ... une primitive est $F : x \mapsto \ldots + \dfrac{x^2}{2} + x$.

      Valable pour traiter $\ldots + \dfrac{1}{x^n} + \ldots$, ... une primitive est $F : x \mapsto \ldots + \dfrac{1}{-n+1}\dfrac{1}{x^{n-1}} + \ldots$

      En particulier pour $\ldots + \dfrac{1}{x^2} + \ldots$, ... une primitive est $F : x \mapsto \ldots + \dfrac{-1}{x} + \ldots$

      S'il y a des constantes multiplicatives, elles sont conservées.

    - l'inverse $\ldots + \dfrac{1}{x} + \ldots$, ... alors une primitive est $F : x \mapsto \begin{cases} \ldots + \ln x + \ldots \text{ sur }]0 ; +\infty[\\ \ldots + \ln(-x) + \ldots \text{ sur }]-\infty ; 0[\end{cases}$
    - exponentielle simple $\ldots + e^x + \ldots$, ... alors une primitive est $F : x \mapsto \ldots + e^x + \ldots$;
    - expression trigonométrique $\ldots + \cos x + \ldots$, ... alors une primitive est $F : x \mapsto \ldots + \sin x + \ldots$;
    - expression trigonométrique $\ldots + \sin x + \ldots$, ... alors une primitive est $F : x \mapsto \ldots - \cos x + \ldots$.

  - Dans les autres cas, il faut que f soit d'une des formes usuelles suivantes :

    $u' u^n$ (avec $n \neq -1$), ... alors une primitive est $F = \dfrac{u^{n+1}}{n+1}$.

      En particulier pour $u' u$, ... une primitive est $F = \dfrac{u^2}{2}$.

      Valable pour traiter $\dfrac{u'}{u^n}$, ... une primitive est $F = \dfrac{1}{-n+1}\dfrac{1}{u^{n-1}}$.

      En particulier pour $\dfrac{u'}{u^2}$, ... une primitive est $F = \dfrac{-1}{u}$.

      Valable pour traiter $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ (avec $n = -\frac{1}{2}$), ... une primitive est $F = 2\sqrt{u}$.

      S'il y a des constantes multiplicatives, elles sont conservées.

    $\dfrac{u'}{u}$, ... alors une primitive est $F = \begin{cases} \ln(u) \text{ si } u \text{ est strictement positive sur l'intervalle} \\ \ln(-u) \text{ si } u \text{ est strictement négative sur l'intervalle.} \end{cases}$

    $u' e^u$, ... alors une primitive est $F = e^u$.

Pour avoir $u'(x)$ en facteur, il manque souvent un signe $-$ ou une constante multiplicative : forcez votre expression à avoir ce qui manque en <u>compensant</u>.

<u>*Exemple 1*</u> : $f : x \mapsto \dfrac{1}{(3-x)^2}$ pourrait être de la forme $\dfrac{u'}{u^2}$ mais il manque un $-$.

je force le $-$ je compense avec un autre $-$

On écrit alors $-\dfrac{-1}{(3-x)^2}$ et alors f est de la forme $-\dfrac{u'}{u^2}$. le $-$ vert est dans u'

<u>*Exemple 2*</u> : $f : x \mapsto \dfrac{5}{(3+2x)^2}$ pourrait être de la forme $\dfrac{u'}{u^2}$ mais il faut mettre 5 de côté et il manque un 2 .

je force le 2 je compense avec $\frac{1}{2}$

On écrit alors $5 \times \dfrac{1}{2} \dfrac{2}{(3+2x)^2}$ et alors f est de la forme $\dfrac{5}{2}\dfrac{u'}{u^2}$. le 2 vert est dans u'

- **Calculer toutes les primitives**
  - Si vous avez trouvé **<u>une</u>** primitive (voir ci-dessus), vous obtenez **<u>toutes les</u>** primitives en ajoutant les constantes réelles. Si F est une primitive de f, alors les primitives de f sont les $F + k$, avec $k \in \mathbb{R}$.
  - <u>*Remarque*</u> : Trouver toutes les primitives de f, c'est résoudre l'équation différentielle $y' = f$.

- **Calculer la primitive qui vérifie une condition $F(x_0) = y_0$**
  - 1) Vous trouvez d'abord **<u>une</u>** primitive G (notons-la avec une lettre différente de la F cherchée).
    2) Vous en déduisez **<u>les</u>** primitives $G + k$, avec $k \in \mathbb{R}$.
    3) Trouver **<u>la</u>** primitive F qui vérifie $F(x_0) = y_0$ revient à trouver la bonne constante k.
    Il faut résoudre l'équation $G(x_0) + k = y_0$, d'inconnue k.
  - <u>*Remarque*</u> : La condition $F(x_0) = y_0$ pourra être donnée sous la forme :
    « la représentation graphique de F passe par le point de coordonnées $(x_0 \,;\, y_0)$ ».
  - <u>*Remarque*</u> : La condition est souvent une **condition initiale**, du type $F(0) = y_0$.
    Ça peut être aussi une condition du type $F(x_0) = 0$, formulée en « F s'annule en x_0 ».

- **Vérifier qu'une fonction f est une solution particulière d'une équation différentielle**
  - 1) Calculez $f'(x)$.
    2) Testez l'équation avec les expressions de $f(x)$ et de $f'(x)$ (si besoin avec deux calculs séparés).

- **Résoudre une équation différentielle**
  - <u>Pour les équations de la forme $\boldsymbol{y' = ay}$ avec a réel</u> :
    Donnez directement les solutions qui sont les fonctions $x \mapsto C\,\mathrm{e}^{ax}$ définies sur $\mathbb{R}$, avec $C \in \mathbb{R}$.
  - <u>Pour les équations de la forme $\boldsymbol{y' = ay + b}$, avec a et b réels</u> :
    1) Trouvez la fonction G solution particulière constante en résolvant $0 = ak + b$ (vous obtenez $k = -\dfrac{b}{a}$).
    2) Donnez les solutions générales qui sont les fonctions $x \mapsto C\,\mathrm{e}^{ax} - \dfrac{b}{a}$ définies sur $\mathbb{R}$, avec $C \in \mathbb{R}$.
  - <u>Pour les équations de la forme $\boldsymbol{y' = ay + f}$, avec a réel et f une fonction définie sur une intervalle I</u> :
    1) On vous donne toujours une solution particulière G définie sur I : il faut la vérifier.
    2) Donnez les solutions générales qui sont les fonctions $x \mapsto C\,\mathrm{e}^{ax} + G(x)$ définies sur I, avec $C \in \mathbb{R}$.

<u>*Remarque*</u> : On vous demandera souvent de trouver **<u>la</u>** solution F qui vérifie une condition $F(x_0) = y_0$.
On trouve la bonne constante C en résolvant l'équation $C\,\mathrm{e}^{ax_0} + G(x_0) = y_0$, d'inconnue C.

<u>*Remarques sur les exercices*</u>

- Les exercices ① et ② sont consacrés aux calculs de primitives.
- L'exercice ③ traite des résolutions d'équations différentielles.
- Les exercices suivants sont des types bac.
  L'exercice ⑦ est un long problème de 2 heures et l'exercice ⑧ fait intervenir une équation différentielle avec dérivée seconde.

① Les questions sont indépendantes.

1. On considère la fonction g définie sur $]\,0\,;+\infty\,[$ par $g(x) = x \ln x - x$.
Démontrer que g est une primitive de la fonction $\ln$ sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - \dfrac{3}{1+\mathrm{e}^{-2x}}$.

On désigne par F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = -\dfrac{3}{2}\ln(1+\mathrm{e}^{-2x})$.

Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

---

② Les questions sont indépendantes.

1. Déterminer une primitive de $f : x \mapsto -3x^2 + 5x - 2$ sur $\mathbb{R}$.

2. Soit g définie sur $]\,0\,;+\infty\,[$ par $g(x) = \mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x}$.
Calculer les primitives de g.

3. Dans chaque cas, déterminer une primitive de h sur l'intervalle I donné :

a. $h(x) = \dfrac{2}{x}$ avec $I =]\,0\,;+\infty\,[$.

b. $h(x) = \dfrac{1}{x-1}$ avec $I =]\,1\,;+\infty\,[$.

c. $h(x) = \dfrac{1}{x-1}$ avec $I =]-\infty\,;1\,[$.

d. $h(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ avec $I =]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\,[$.

e. $h(x) = \dfrac{2}{1-2x}$ avec $I =]-\infty\,;\dfrac{1}{2}\,[$.

f. $h(x) = \dfrac{3}{2x+1}$ avec $I =]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\,[$.

g. $h(x) = \dfrac{3}{(2x+1)^2}$ avec $I =]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\,[$.

h. $h(x) = \dfrac{3}{(2x+1)^3}$ avec $I =]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\,[$.

i. $h(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ avec $I = \mathbb{R}$.

j. $h(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$ avec $I = \mathbb{R}$.

4. On donne la fonction φ définie sur $]-\infty\,;\dfrac{1}{3}\,[$ par $\varphi(x) = 1 + \dfrac{1}{1-3x}$.
Déterminer la primitive F de φ qui vérifie la condition $F(1) = 0$. –

5. Dans chaque cas, déterminer une primitive de f sur l'intervalle I donné :

a. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{6x-3}}$ avec $I =]\,2\,;+\infty\,[$.

b. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$ avec $I =]\,3\,;+\infty\,[$.

c. $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{3-6x}}$ avec $I =]-\infty\,;2\,[$.

d. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ avec $I = \mathbb{R}$.

6. Dans chaque cas, déterminer une primitive de g sur $\mathbb{R}$:

a. $g(x) = (2x-5)^5$.

b. $g(x) = 7(2x-5)^7$.

c. $g(x) = x(x^2+1)^4$.

d. $g(x) = (x+1)(x^2+2x-5)^9$.

7. Soit la fonction ψ définie sur $]\,1\,;+\infty\,[$ par $\psi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}} + (x+1)^3$.
Déterminer la primitive G de ψ qui vérifie la condition initiale $G(0) = 2$.

8. Dans chaque cas, déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x) = \mathrm{e}^{3x+1}$.

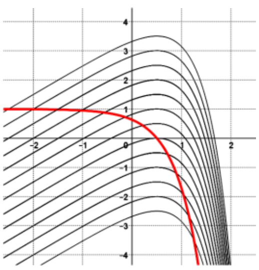
b. $f(x) = \mathrm{e}^{2-x}$.

c. $f(x) = 2\,\mathrm{e}^{1-2x}$.

d. $f(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^x}$.

e. $f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2}$.

9. On a représenté ci-contre la fonction v définie sur $\mathbb{R}$ par $v(x) = 1 - \mathrm{e}^{2x-1}$ et quelques unes de ses primitives.



a. Déterminer les primitives de v.

b. En déduire celle dont la représentation graphique passe par le point $A(1\,;1)$.

10. Dans chaque cas, déterminer une primitive de h sur $\mathbb{R}$:

a. $h(x) = (\mathrm{e}^{x} + 1)\,\mathrm{e}^{x}$.

b. $h(x) = \mathrm{e}^{x}(\mathrm{e}^{x} + 1)^{2}$.

c. $h(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x} + 1}$.

d. $h(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x}}{(\mathrm{e}^{x} + 1)^{2}}$.

e. $h(x) = \mathrm{e}^{-x}(\mathrm{e}^{-x} + 1)$.

f. $h(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{-x} + 1}$.

g. $h(x) = \mathrm{e}^{2x}(\mathrm{e}^{2x} - 2)$.

h. $h(x) = \dfrac{x\,\mathrm{e}^{x^2}}{\mathrm{e}^{x^2} + 2}$.

11. **a.** Déterminer une primitive de la fonction p définie par $p(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ pour tout réel x strictement positif.

b. Déterminer une primitive de la fonction q définie par $q(x) = \dfrac{1}{x \ln x}$ pour tout réel x strictement supérieur à 1.

③ Les questions sont indépendantes.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' + 2y = 0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' + 2y = 5$.

3. On considère l'équation différentielle $(E) : y' + 2y = x$.

a. Montrer que la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{4}$ est une solution particulière de (E) .

b. En déduire les solutions de (E) .

4. Soit l'équation différentielle $(\mathscr{E}) : y' - y = \mathrm{e}^{x}$.

a. Montrer que la fonction f définie par $f(x) = x\,\mathrm{e}^{x}$ est une solution particulière de $(\mathscr{E})$ sur $\mathbb{R}$.

b. En déduire les solutions de $(\mathscr{E})$.

c. Déterminer la solution h de $(\mathscr{E})$ telle que $h(1) = 1$.

5. Déterminer la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout x réel, $f'(x) = 1\,000\,f(x)$ et $f(20) = \mathrm{e}^{10}$.
Donner alors un arrondi au millième de $f(0{,}008)$.

6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations différentielles :

a. $y' - 3y = 0$.

b. $y' - 3 = 0$.

c. $y' - 3 = y$.

d. $3y' - y = 3$.

7. On considère l'équation différentielle $(E) : y' = -y + x^{2}$.

a. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^{2} + bx + c$ où a , b et c sont des réels.
Exprimer $g(x) + g'(x)$ en fonction de a , b et c pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b. Comment choisir a , b et c pour que g soit solution de (E) ?

c. En déduire les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$.

④ On considère l'équation différentielle $(\mathrm{E}) : y' - 2y = \mathrm{e}^{2x}$.

1. Démontrer que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x\,\mathrm{e}^{2x}$ est une solution de (E) .

2. Résoudre l'équation différentielle $(\mathrm{E}_0) : y' - 2y = 0$.

3. Démontrer qu'une fonction v définie sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) si et seulement si $v - u$ est solution de (E_0) .

4. En déduire toutes les solutions de l'équation (E) .

Attention, vous pourriez répondre à la question **4.** uniquement grâce au cours et à la question **1.**.
Mais on vous demande ici de déduire les solutions des questions **2.** et **3.**.

5. Déterminer la fonction solution de (E) qui prend la valeur 1 en 0.

D'après Baccalauréat S Nouvelle–Calédonie décembre 1999

⑤ **1.** Résoudre l'équation différentielle $(E_1) : y' - 2y = 0$, où y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. Soient a et b deux réels et soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)\,e^{x}$.

a. Déterminer a et b pour que f soit solution de l'équation $(E_2) : y' - 2y = x e^{x}$.

b. Montrer que g est une solution de l'équation (E_1) si, et seulement si, $f + g$ est solution de (E_2) .

c. En déduire l'ensemble des solutions de (E_2) .

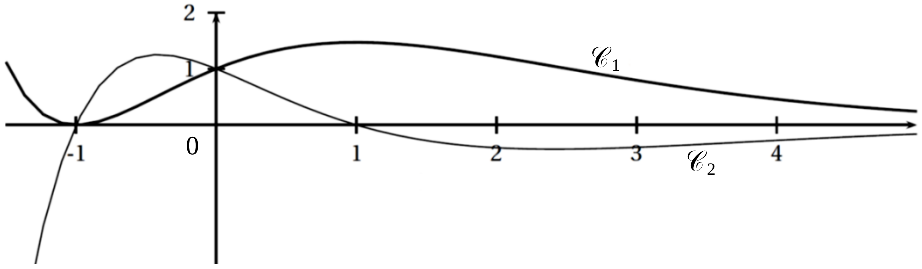
Même remarque que dans le ④ : vous devez déduire les solutions des questions précédentes sans appliquer le cours.

3. Déterminer la solution de l'équation (E_2) qui s'annule en 0.

D'après Baccalauréat S Antilles 2001

---

⑥ On donne dans un repère orthogonal les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ représentatives de deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. On sait que l'une de ces fonctions est la fonction dérivée de l'autre, on peut donc les noter g et g' .



Partie A

1. Associer à chacune des fonctions g et g' sa représentation graphique. On justifiera le résultat en donnant un tableau où figurera sur l'intervalle $[-\frac{3}{2} ; 5]$ le signe de $g'(x)$ et les variations de g .

2. Quel est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_1$ au point d'abscisse 0 ?

Partie B

Soit l'équation différentielle $(E) : y' + y = 2(x + 1)\,e^{-x}$.

1. **a.** Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = (x^2 + 2x)\,e^{-x}$ est une solution de l'équation (E) .

b. Résoudre l'équation différentielle $(E') : y' + y = 0$.

c. Donner, pour $x \in \mathbb{R}$, l'expression de $f(x)$ lorsque f est solution de (E) .

2. Sachant que la fonction g de la partie A est solution de (E) , déterminer $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

3. Déterminer la solution h de l'équation (E) dont la représentation graphique admet au point d'abscisse 0 une tangente de coefficient directeur 0.

D'après Baccalauréat S Liban 2001

---

⑦ Soit N_0 le nombre de bactéries introduites dans un milieu de culture à l'instant $t = 0$ (N_0 étant un réel strictement positif, exprimé en millions d'individus).

Ce problème a pour objet l'étude de deux modèles d'évolution de cette population de bactéries :

- un premier modèle pour les instants qui suivent l'ensemencement (**partie A**),
- un second modèle pouvant s'appliquer sur une longue période (**partie B**).

Partie A

Dans les instants qui suivent l'ensemencement du milieu de culture, on considère que la vitesse d'accroissement des bactéries est proportionnelle au nombre de bactéries en présence.
Dans ce premier modèle, on note $f(t)$ le nombre de bactéries à l'instant t (exprimé en millions d'individus). La fonction f est donc solution de l'équation différentielle $y' = ay$, où a est un réel strictement positif dépendant des conditions expérimentales).

1. Résoudre cette équation différentielle et en déduire l'expression de $f(t)$ en fonction de a et N_0 .

2. On note T le temps de doublement de la population bactérienne.

Déterminer la valeur exacte de a et en déduire que, pour tout réel t positif, $f(t) = N_0 \times 2^{\frac{t}{T}}$.

Partie B

Le milieu étant limité (en volume, en éléments nutritifs, ...), le nombre de bactéries ne peut pas croître indéfiniment de façon exponentielle. Le modèle précédent ne peut donc s'appliquer sur une longue période.
Pour tenir compte de ces observations, on modélise l'évolution de la population de bactéries de la façon suivante.
Si on note $g(t)$ le nombre de bactéries à l'instant t (exprimé en millions d'individus), la fonction g est une fonction strictement positive et dérivable sur $[\,0\,;+\infty\,[$ qui vérifie, pour tout t de $[\,0\,;+\infty\,[$, la relation :

$$(E) : g'(t) = a\,g(t)\left(1 - \frac{g(t)}{M}\right)$$

où M est une constante strictement positive dépendant des conditions expérimentales et a le réel défini dans la **partie A**.

1. **a.** Démontrer que, si g est une fonction strictement positive vérifiant la relation (E), alors la fonction $\frac{1}{g}$ est solution de l'équation différentielle $(E') : y' + ay = \frac{a}{M}$.

b. Résoudre (E').

c. Démontrer que si h est une solution strictement positive de (E'), alors $\frac{1}{h}$ vérifie (E).

2. On suppose désormais que, pour tout réel positif t, $g(t) = \dfrac{M}{1 + C\,\mathrm{e}^{-at}}$ où C est une constante strictement supérieure à 1 dépendant des conditions expérimentales.

a. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

b. Étudier le sens de variation de g (on pourra utiliser la relation (E)).

c. Démontrer qu'il existe un réel unique t_0 positif tel que $g(t_0) = \frac{M}{2}$.

d. Démontrer que $g'' = a\left(1 - \frac{2g}{M}\right)g'$.
Étudier le signe de g''.
En déduire que la vitesse d'accroissement du nombre de bactéries est décroissante à partir de l'instant t_0 défini ci-dessus.
Exprimer t_0 en fonction de a et C.

e. Sachant que le nombre de bactéries à l'instant t est $g(t)$, calculer le nombre moyen de bactéries entre les instants 0 et t_0 en fonction de M et C.

Partie C

1. Le tableau ci-dessous a permis d'établir que la courbe représentative de f passait par les points de coordonnées $(0\,;1)$ et $(0{,}5\,;2)$.

t (en h)	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6
Nombre de bactéries (en millions)	1,0	2,0	3,9	7,9	14,5	37,9	70,4	90,1	98

En déduire les valeurs de N_0 et T.

2. Sachant que $g(0) = N_0$ et que $M = 100\,N_0$, démontrer, pour tout réel t positif ou nul, l'égalité suivante :

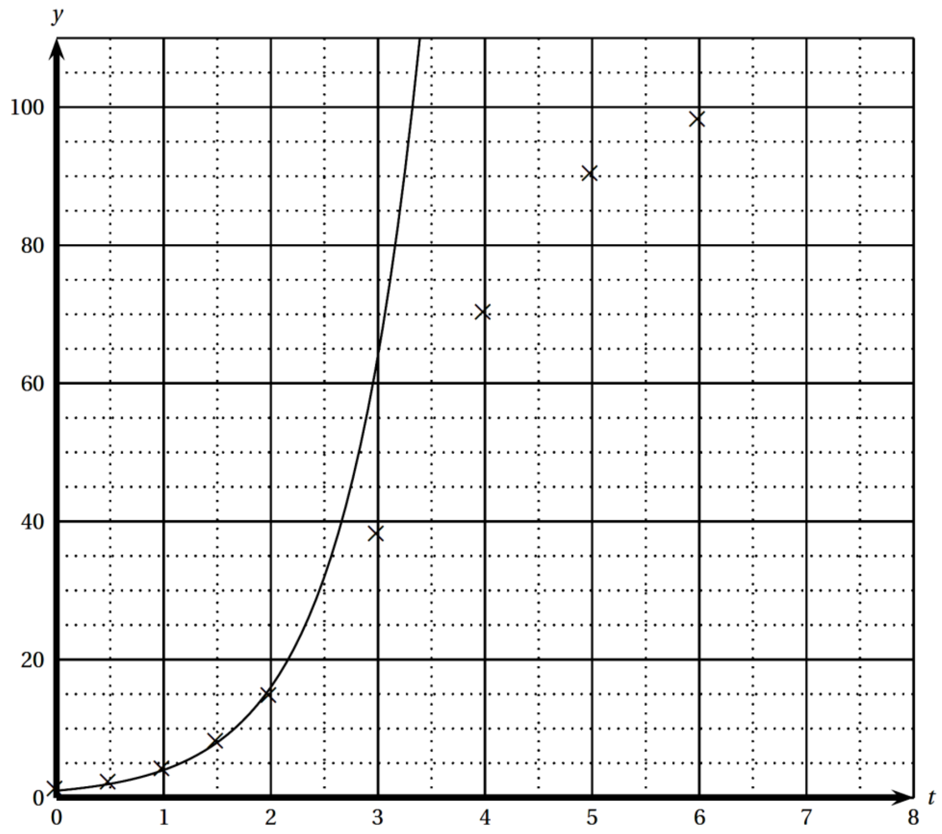
$$g(t) = \frac{100}{1 + 99 \times 4^{-t}}.$$

3. Tracer, sur la feuille donnée en **Annexe** (page suivante), la courbe Γ représentative de g, l'asymptote à Γ ainsi que le point de Γ d'abscisse t_0.

4. Dans quelles conditions le premier modèle vous semble-t-il adapté aux observations faites ?

Annexe

Les points obtenus à partir du tableau de la question **1.** ainsi que le graphe de la fonction f sont représentés dans le graphique ci-dessous.



D'après Baccalauréat S Métropole 2003

---

⑧ On appelle (E) l'équation différentielle $y'' - y = 0$, où y est une fonction numérique définie sur ℝ, dérivable sur ℝ et dont la dérivée y' est elle-même dérivable sur ℝ.
La dérivée de y' est notée y'' .

1. Déterminer les réels r tels que la fonction h , définie par $h(x) = e^{rx}$, soit solution de (E) .

2. Vérifier que les fonctions f définies par $f(x) = \alpha e^{x} + \beta e^{-x}$, où α et β sont deux nombres réels, sont des solutions de (E).
On admet qu'on obtient ainsi toutes les solutions de (E) .

3. Déterminer la solution particulière de (E) dont la courbe représentative passe par le point de coordonnées $\left(\ln 2 ; \frac{3}{4}\right)$ et admet en ce point une tangente dont le coefficient directeur est $\frac{5}{4}$.

D'après Baccalauréat S Centres Étrangers 2001