Savoir CALCULER DES PROBABILITÉS DANS DES SITUATIONS DE CONDITIONNEMENT

Ce que je dois savoir faire avec des arbres pondérés

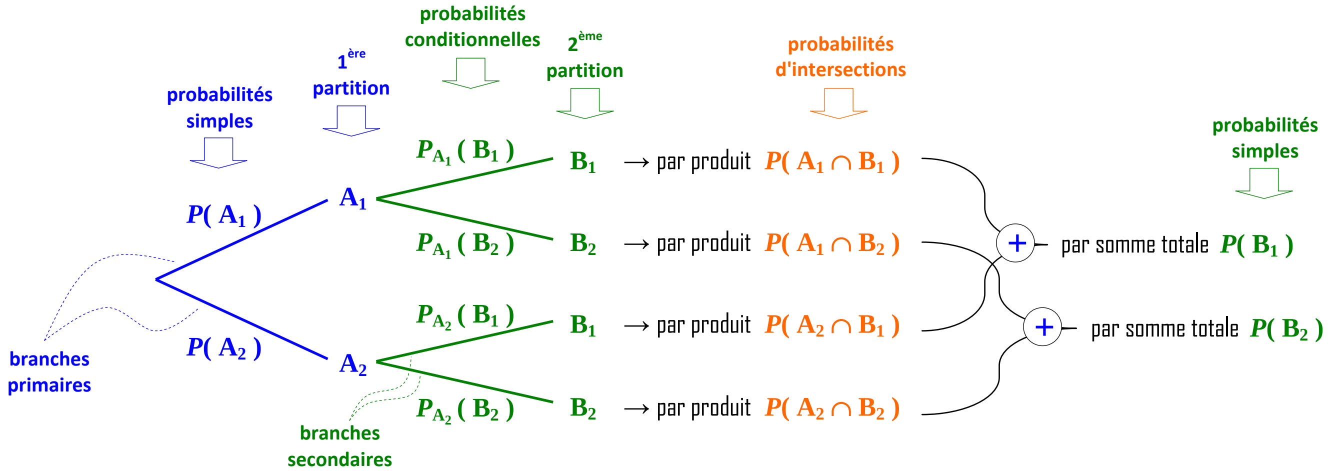
- **Repérer dans un énoncé l'axe chronologique** : les évènements d'une **1ère partition** ont été réalisés **avant** et conditionnent les évènements d'une **2ème partition** qui se réalisent **après**.

- **Représenter la situation par un arbre pondéré**
  - les **branches primaires** représentent la **1ère partition** d'évènements et sont pondérées par des **probabilités simples**,
  - les **branches secondaires** représentent la **2ème partition** d'évènements et sont pondérées par des **probabilités conditionnelles**,
  - au bout des branches secondaires, on place les **probabilités des intersections**,
  - par somme de **probabilités des intersections**, on obtient la **probabilité simple** d'un évènement de la **2ème partition**.

- **Ne pas confondre probabilité conditionnelle et probabilité d'intersection**
  - une **probabilité conditionnelle** est celle d'un évènement sachant qu'un autre évènement s'est réalisé au préalable. On la repère avec le mot sachant , ou avec l'information de la réalisation préalable juxtaposée, donnée avant et séparée par une ponctuation (point ou virgule).
  - une **probabilité d'intersection** est celle de deux évènements tous les deux réalisés, repérée souvent avec un et .

- **Compléter les probabilités de l'arbre** en utilisant :
  - la loi des nœuds : à chaque nœud, la somme des probabilités vaut 1, ce qui permet de compléter par soustraction ;
  - le principe multiplicatif :
    - pour calculer les probabilités d'intersections manquantes avec $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \times P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$,
    - pour calculer les probabilités conditionnelles manquantes avec $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \dfrac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{A})}$.

- **Appliquer la formule des probabilités totales** pour calculer la probabilité simple d'un évènement de la 2ème partition :
  si les A_1, A_2, ... , A_n forment la 1ère partition, alors pour tout évènement B de la 2ème partition :
  $P(\mathrm{B}) = P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}_1) + P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}_2) + \ldots + P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}_n)$.



Remarque : Généralement, une partition à deux évènements est composée d'un évènement A et de son contraire $\overline{\mathrm{A}}$.

Remarque : Il faut y avoir plus de deux branches primaires et plus de deux branches secondaires par nœud.

- **Inverser la chronologie** en calculant la probabilité conditionnelle d'un évènement de la 1ère partition sachant un évènement de la 2ème partition : $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \dfrac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{B})}$.

- **Vérifier le conditionnement ou l'indépendance**

  Le fait de donner une probabilité conditionnelle $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ ne signifie pas nécessairement que B dépend de A.
  - Si, après calculs, $P(\mathrm{B}) = P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ ou, c'est équivalent, $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \times P(\mathrm{B})$, alors A et B sont indépendants.
  - Sinon, A et B ne sont pas indépendants.

Ce que je dois savoir faire avec les tableaux croisés

- **Compléter les probabilités d'un tableau croisé**

  C'est l'outil qui convient le mieux lorsque l'énoncé fournit les probabilités d'intersection.

2ème partition

1ère partition

	A_1	A_2	Totaux
B_1	$P(A_1 \cap B_1)$	$P(A_2 \cap B_1)$	$P(B_1)$
B_2	$P(A_1 \cap B_2)$	$P(A_2 \cap B_2)$	$P(B_2)$
Totaux	$P(A_1)$	$P(A_2)$	1

- **Calculer une probabilité**
  - Une fois placées les probabilités simples ou d'intersection données dans l'énoncé, on complète une colonne ou une ligne par addition ou soustraction avec la formule des probabilités totales.
  - Pour calculer une **probabilité conditionnelle**, utiliser le principe multiplicatif : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$.
  - Il peut arriver qu'on vous donne une probabilité conditionnelle et qu'il faille en déduire une **probabilité d'intersection**, toujours avec le principe multiplicatif : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$.
  - Une fois le tableau complété, attention aux **probabilités d'union** des évènements de la forme A ou B ou ni A ni B .
    On utilise $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
    ou $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

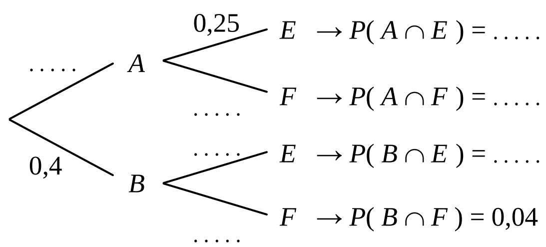
Remarques sur les exercices

- L'exercice ① permet de travailler hors contexte concret les arbres pondérés à compléter, la formule des probabilités totales et l'inversion de chronologie.
- Les exercices ② à ④ sont des problèmes classiques avec arbres pondérés, ne présentant pas de difficulté.
- Les exercices ⑤ et ⑥ sont des problèmes avec tableaux croisés.
- Les exercices ⑦ et ⑧ sont des QCM et l'exercice ⑨ est un VRAI-FAUX (avec justification).
  Ils peuvent être traités avec un arbre pondéré ou un tableau croisé.
- Les exercices ⑩ à ⑭ sont des problèmes pouvant poser une difficulté.
- Les exercices ⑮ et ⑯ mélangent les probabilités avec les suites.

---

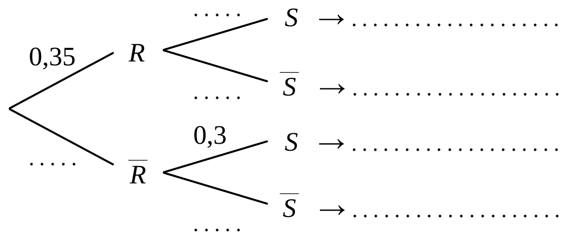
① Compléter les arbres avec toutes les probabilités possibles.
Puis, calculer les probabilités demandées, arrondies à 10^{-2} près.

1.

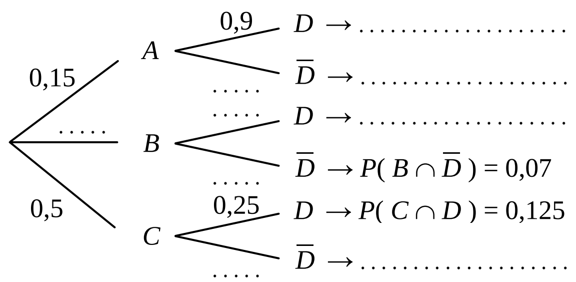


Calculer $P(E)$ puis $P_E(A)$.

2.

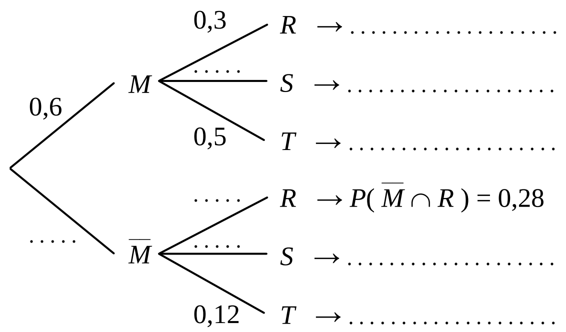


3.



Calculer $P(\overline{D})$, puis $P_D(A)$.

4.



Calculer $P(S)$, puis $P_S(\overline{M})$.

---

② *Les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.*

Un ostréiculteur élève deux espèces d'huîtres : « la plate » et « la japonaise ».
Chaque année, les huîtres plates représentent 15 % de sa production.
Les huîtres sont dites de calibre n°3 lorsque leur masse est comprise entre 66 g et 85 g.
Seulement 10 % des huîtres plates sont de calibre n°3, alors que 80 % des huîtres japonaises le sont.

Le service sanitaire prélève une huître au hasard dans la production de l'ostréiculteur.
On considère les évènements suivants :

- J : « l'huître prélevée est une huître japonaise »,
- C : « l'huître prélevée est de calibre n°3 ».

a. Construire un arbre pondéré complet traduisant la situation.

b. Calculer la probabilité que l'huître prélevée soit une huître plate de calibre n°3.

c. Justifier que la probabilité d'obtenir une huître de calibre n°3 est 0,695.

d. Le service sanitaire a prélevé une huître de calibre n°3.
Quelle est la probabilité que ce soit une huître plate ?

D'après Baccalauréat S Antilles 2014

---

③ Un élève doit se rendre à son lycée chaque matin pour 8 h 00. Pour cela, il utilise, selon les jours, deux moyens de transport : le vélo ou le bus.
L'élève part tous les jours à 7 h 40 de son domicile et doit arriver à 8 h 00 à son lycée.
Il prend le vélo 7 jours sur 10 et le bus le reste du temps.
Les jours où il prend le vélo, il arrive à l'heure dans 99,4 % des cas et lorsqu'il prend le bus, il arrive en retard dans 5 % des cas.
On choisit une date au hasard en période scolaire et on note V l'évènement « L'élève se rend au lycée à vélo »,
B l'évènement « l'élève se rend au lycée en bus » et R l'évènement « L'élève arrive en retard au lycée ».

a. Traduire la situation par un arbre de probabilités.

b. Déterminer la probabilité de l'évènement $V \cap R$.

c. Démontrer que la probabilité de l'évènement R est $0,0192$.

d. Un jour donné, l'élève est arrivé en retard au lycée.
Quelle est la probabilité qu'il s'y soit rendu en bus ?

D'après Baccalauréat S Liban 2014

---

④ Une entreprise de jouets en peluche souhaite commercialiser un nouveau produit et, à cette fin, effectue divers tests permettant de rejeter les peluches ne répondant pas aux normes en vigueur.
D'expérience, le concepteur sait que 9 % des nouveaux jouets ne répondent pas aux normes.
À l'issue des tests, il est noté que :

- 96 % des peluches répondant aux normes sont acceptées par les tests ;
- 97 % des peluches ne répondant pas aux normes ne sont pas acceptées à l'issue des tests.

On prélève une peluche au hasard dans la production de l'entreprise. On note :

- N l'évènement : « la peluche répond aux normes en vigueur » ;
- A l'évènement : « la peluche est acceptée à l'issue des tests ».

a. Construire un arbre pondéré représentant la situation exposée précédemment.

b. Démontrer que la probabilité qu'une peluche soit acceptée à l'issue des tests est $0,876\ 3$.

c. Calculer la probabilité qu'une peluche qui a été acceptée à l'issue des tests soit véritablement aux normes en vigueur. Arrondir le résultat au dix-millième.

D'après Baccalauréat S Antilles Septembre 2014

⑤ Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T1 et T2.
On prélève au hasard une paire de verres dans la production.
On désigne par A l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 ».
On désigne par B l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 ».
On note respectivement $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires de A et B.
Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 notée $P(A)$ est égale à 0,1.
- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 notée $P(B)$ est égale à 0,2.
- la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est 0,75.

1. Recopier et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	A	$\overline{A}$	Total
B			
$\overline{B}$			
Total			1

2. **a.** Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T1 ou T2.

b. Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T1 et T2.

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants? Justifier la réponse.

3. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.

4. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T2, sachant que cette paire de verres présente un défaut pour le traitement T1.

D'après Baccalauréat Centres Étrangers 2022

⑥ Selon les autorités sanitaires d'un pays, 7 % des habitants sont affectés par une certaine maladie.
Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie.
Dans un centre de dépistage, une enquête sur les profils des habitants a donné les résultats suivants :

- les "faux négatifs" qui sont infectés avec un résultat de test négatif représentent 1,4 % des individus ;
- les "faux positifs" qui sont non infectés avec un résultat de test positif représentent 0,93 % des individus.

Pour une personne choisie au hasard dans la population testée, on considère les évènements suivants :

- M « la personne est malade »;
- T « le test est positif ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	M	$\overline{M}$	Total
T			
$\overline{T}$			
Total			1

2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif est de 0,065 3.

3. Calculer $P_M(T)$ et $P_T(M)$? Si besoin, on arrondira les résultats à 10^{-2} près.

4. Dans un contexte de dépistage de la maladie, est-il plus pertinent de connaître $P_M(T)$ ou $P_T(M)$?

5. Les évènements M et T sont-ils indépendants? Justifier la réponse.

D'après Baccalauréat Polynésie 2022

⑦ *Une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.*

Dans un hypermarché, 75 % des clients sont des femmes. Une femme sur cinq achète un article au rayon bricolage, alors que sept hommes sur dix le font.
Une personne, choisie au hasard, a fait un achat au rayon bricolage. La probabilité que cette personne soit une femme a pour valeur arrondie au millième :

A. 0,750 **B.** 0,150 **C.** 0,462 **D.** 0,700

D'après Baccalauréat S Centres Étrangers 2014

⑧ *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des réponses est exacte.*
Le candidat portera sur sa copie, sans justification, le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Il sera attribué 0,5 *point si la réponse est exacte,* 0 *sinon.*

Un magasin de matériel informatique vend deux modèles d'ordinateur au même prix et de marques M1 et M2. Les deux ordinateurs ont les mêmes caractéristiques et sont proposés en deux couleurs : noir et blanc.
D'après une étude sur les ventes de ces deux modèles, 70 % des acheteurs ont choisi l'ordinateur M1 et, parmi eux, 60 % ont préféré la couleur noire.
Par ailleurs, 20 % des clients ayant acheté un ordinateur M2 l'ont choisi de couleur blanche.
On utilise la liste des clients ayant acheté l'un ou l'autre des ordinateurs précédemment cités et on choisit un client au hasard.

a. La probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur M2 de couleur noire est :

Réponse A : $\frac{3}{5}$ **Réponse B :** $\frac{4}{5}$ **Réponse C :** $\frac{3}{50}$ **Réponse D :** $\frac{6}{25}$

b. La probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur de couleur noire est :

Réponse A : $\frac{21}{50}$ **Réponse B :** $\frac{33}{50}$ **Réponse C :** $\frac{3}{5}$ **Réponse D :** $\frac{12}{25}$

c. Le client a choisi un ordinateur de couleur noire. La probabilité qu'il soit de marque M2 est :

Réponse A : $\frac{4}{11}$ **Réponse B :** $\frac{6}{25}$ **Réponse C :** $\frac{7}{11}$ **Réponse D :** $\frac{33}{50}$

D'après Baccalauréat S Liban 2011

---

⑨ *Pour l'affirmation suivante, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.*
Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre.
Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80 % des cas.
Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.

Affirmation : « Zoé utilise la voiture un jour sur deux. »

D'après Baccalauréat S Polynésie 2014

---

⑩ *Tous les résultats demandés dans cet exercice seront arrondis au millième.*
Un magasin de bricolage dispose d'un stock de cadenas de deux sortes : les uns sont *premier prix*, et les autres sont *haut de gamme*.
On admet maintenant que, dans le magasin :
- 80 % des cadenas proposés à la vente sont *premier prix*, les autres sont *haut de gamme* ;
- 3 % des cadenas *haut de gamme* sont défectueux ;
- 7 % des cadenas sont défectueux.

On prélève au hasard un cadenas dans le magasin. On note :
- p la probabilité qu'un cadenas *premier prix* soit défectueux ;
- H l'évènement : « le cadenas prélevé est *haut de gamme* » ;
- D l'évènement : « le cadenas prélevé est défectueux ».

a. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Exprimer en fonction de p la probabilité $P(D)$.
En déduire la valeur du réel p.

c. Le cadenas prélevé est en bon état. Déterminer la probabilité que ce soit un cadenas *haut de gamme*.

D'après Baccalauréat S Centres Étrangers 2015

---

⑪ Un laboratoire pharmaceutique propose des tests de dépistage de diverses maladies.
Son service de communication met en avant les caractéristiques suivantes :
- la probabilité qu'une personne malade présente un test positif est 0,99 ;
- la probabilité qu'une personne saine présente un test positif est 0,001.

1. Pour une maladie qui vient d'apparaître, le laboratoire élabore un nouveau test. Une étude statistique permet d'estimer que le pourcentage de personnes malades parmi la population d'une métropole est égal à 0,1 %.
On choisit au hasard une personne dans cette population et on lui fait subir le test.
On note M l'évènement « la personne choisie est malade » et T l'évènement « le test est positif ».

a. Traduire l'énoncé sous la forme d'un arbre pondéré.

b. Démontrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est égale à $1{,}989\times10^{-3}$.

c. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.
Affirmation : « Si le test est positif, il y a moins d'une chance sur deux que la personne soit malade ».

2. Le laboratoire décide de commercialiser un test dès lors que la probabilité qu'une personne testée positivement soit malade est supérieure ou égale à 0,95.
On désigne par x la proportion de personnes atteintes d'une certaine maladie dans la population.
À partir de quelle valeur de x le laboratoire commercialise-t-il le test correspondant ?

D'après Baccalauréat Métropole 2014

---

⑫ Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation " pur jus ".

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de " pur jus " est notée x, où x est un réel de l'intervalle $[\,0\,;\,1\,]$.
Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation " pur jus ".
On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse.
On définit les évènements suivants : R : « la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange » ;
J : « la bouteille prélevée est une bouteille de " pur jus " ».

a. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Déterminer la valeur exacte de x.

c. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de " pur jus ".
Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

D'après Baccalauréat S Antilles Septembre 2015

---

⑬ Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de morceaux musicaux.
L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante : 30 % de musique classique, 45 % de variété, le reste étant du jazz.
Thomas a utilisé deux qualités d'encodage pour stocker ses morceaux musicaux : un encodage de haute qualité et un encodage standard.
On sait que :

- les $\dfrac{5}{6}$ des morceaux de musique classique sont encodés en haute qualité ;
- les $\dfrac{5}{9}$ des morceaux de variété sont encodés en qualité standard.

On considérera les évènements suivants :
C : « Le morceau écouté est un morceau de musique classique » ;
V : « Le morceau écouté est un morceau de variété » ;
J : « Le morceau écouté est un morceau de jazz » ;
H : « Le morceau écouté est encodé en haute qualité » ;
S : « Le morceau écouté est encodé en qualité standard ».

Thomas décide d'écouter un morceau au hasard sur son MP3 en utilisant la fonction « lecture aléatoire ».
On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.

1. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un morceau de musique classique encodé en haute qualité ?

2. On sait que $P(H) = \dfrac{13}{20}$.
Calculer la probabilité que le morceau écouté soit un morceau de jazz encodé en haute qualité.
En déduire $P_J(H)$.

D'après Baccalauréat Polynésie 2013

---

⑭ Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.
On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.
On note : M l'évènement : « l'animal est porteur de la maladie » ;
T l'évènement : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.

2. Un animal est choisi au hasard.

a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?

b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058.

3. Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie ?

D'après Baccalauréat Antilles Septembre 2010

---

⑮ Afin d'améliorer le trafic automobile et de diminuer la pollution, une ville propose à ses habitants un système de location de vélos. Pour commencer son expérimentation, la ville met des vélos à la disposition des habitants dans les deux endroits les plus fréquentés : en centre-ville et près de la gare.
Une enquête réalisée pour mieux connaître les besoins des habitants montre que :

- si un usager emprunte un vélo au centre-ville, il le dépose à la gare avec une probabilité égale à 0,6 ;
- si un usager emprunte un vélo à la gare, il le dépose au centre-ville avec une probabilité égale à 0,9 .

Le responsable s'interroge sur la probabilité que ce vélo soit au centre-ville après avoir été emprunté par un certain nombre d'usagers.
Au début de la journée, 90 % des vélos sont à la gare.

On appelle C_n l'événement « Le vélo est au centre-ville après avoir été emprunté par n usagers ».
On appelle G_n l'événement « Le vélo est à la gare après avoir été emprunté par n usagers ».
On note $c_n = P(C_n)$ et $g_n = P(G_n)$. Ainsi, $g_0 = 0,9$.

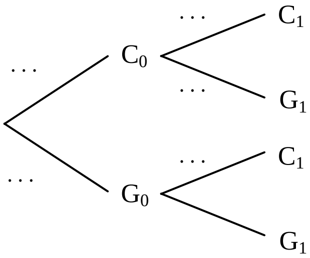
<u>Partie A</u>

1. Au début de la journée, un premier vélo est emprunté une fois par un usager.

a. Donner la valeur de c_0 .

b. Donner la probabilité qu'il soit déposé à l'agence du centre-ville, sachant qu'il a été pris à la gare.

c. Recopier et pondérer l'arbre ci-contre :



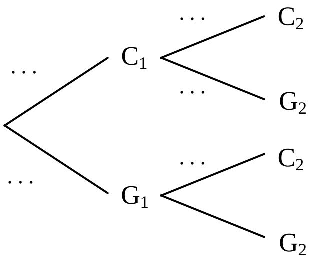
d. Quelle est la probabilité que ce vélo ait été emprunté et déposé à la gare ?

e. Montrer que la probabilité $c_1 = P(C_1)$ qu'il soit déposé au centre-ville après avoir été emprunté vaut 0,85.

f. En déduire g_1 .

2. Un second vélo, après avoir été emprunté une première fois, est emprunté une seconde fois.

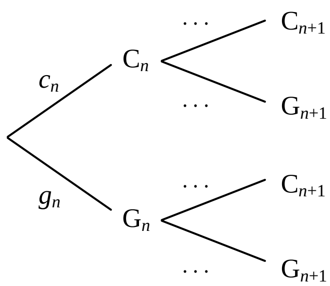
a. Recopier et pondérer l'arbre ci-contre :



b. Donner les valeurs de c_2 et g_2 .

<u>Partie B</u>

1. L'arbre ci-contre représente la situation d'un vélo pour le $(n+1)^{ème}$ usager :



a. Le recopier et placer les probabilités conditionnelles données par l'énoncé.

b. Justifier que : $c_{n+1} = 0,4\, c_n + 0,9\, g_n$.

c. En déduire que $c_{n+1} = 0,9 - 0,5\, c_n$.

2. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = c_n - 0{,}6$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Calculer l'expression de v_n, puis de c_n en fonction de n.

c. Calculer c_8, arrondi au millième.

d. Calculer le limite de la suite (c_n).
En déduire celle de (g_n).

---

⑯ Avant le début des travaux de construction d'une autoroute, une équipe d'archéologie préventive procède à des sondages successifs en des points régulièrement espacés sur le terrain.
Lorsque le n-ième sondage donne lieu à la découverte de vestiges, il est dit positif.
L'évènement : « le n-ième sondage est positif » est noté V_n, on note p_n la probabilité de l'évènement V_n.
L'expérience acquise au cours de ce type d'investigation permet de prévoir que :

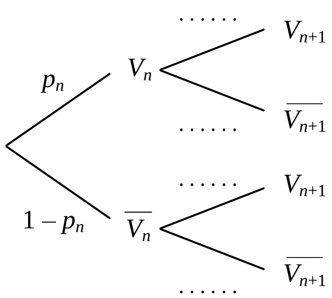
- si un sondage est positif, le suivant a une probabilité égale à 0,6 d'être aussi positif ;
- si un sondage est négatif, le suivant a une probabilité égale à 0,9 d'être aussi négatif.

On suppose que le premier sondage est positif, c'est-à-dire $p_1 = 1$.

1. Calculer les probabilités des évènements suivants :
A : « les 2ème et 3ème sondages sont positifs » ;
B : « les 2ème et 3ème sondages sont négatifs ».

2. Calculer la probabilité p_3 pour que le 3ème sondage soit positif.

3. n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.
Recopier et compléter l'arbre ci-dessous en fonction des données de l'énoncé :



4. Pour tout entier naturel n non nul, établir que $p_{n+1} = 0{,}5\,p_n + 0{,}1$.

5. On note (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = p_n - 0{,}2$.
Démontrer que (u_n) est une suite géométrique, en préciser le premier terme et la raison.

6. Exprimer p_n en fonction de n.

7. Calculer la limite, quand n tend vers $+\infty$, de la probabilité p_n.

D'après Baccalauréat Asie 2010