

## Correction de FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN - Fiche 1

Navigation vers les corrections : ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

① 1.  $1 + e^{x+1} = 3$   
 $\Leftrightarrow e^{x+1} = 2$  → Je me débarrasse de l'addition de 1 pour isoler l'exponentielle.  
 $\Leftrightarrow \ln e^{x+1} = \ln 2$  → J'applique la fonction  $\ln$  aux deux membres de l'égalité.  
 $\Leftrightarrow x + 1 = \ln 2$  → La fonction  $\ln$  neutralise la fonction  $\exp$ .  
 $\Leftrightarrow x = \ln 2 - 1$  → Je ne peux rien faire avec cette valeur exacte.  
 Donc :  $\mathcal{S} = \{ \ln 2 - 1 \}$ .

2.  $e^{2x} - 1 = 3$   
 $\Leftrightarrow e^{2x} = 4$   
 $\Leftrightarrow \ln e^{2x} = \ln 4$   
 $\Leftrightarrow 2x = \ln 4$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{\ln 4}{2}$  → Il serait dommage de ne pas voir que  $\ln 4 = \ln 2^2 = 2 \ln 2$  et ne pas simplifier !  
 $\Leftrightarrow x = \frac{2 \ln 2}{2}$   
 Donc :  $\mathcal{S} = \{ \ln 2 \}$ .

3.  $1 - 2e^{1-2x} < 0$  → L'exponentielle est encombrée d'une multiplication par  $-2$  et d'une addition de 1 que je dois d'abord éliminer.  
 $\Leftrightarrow -2e^{1-2x} < -1$   
 $\Leftrightarrow 2e^{1-2x} > 1$  → On détaille en deux temps d'abord la suppression du  $-$  avec le changement d'ordre...  
 $\Leftrightarrow e^{1-2x} > \frac{1}{2}$  → ... puis la division par 2. On aurait pu diviser directement par  $-2$ .  
 $\Leftrightarrow \ln e^{1-2x} > \ln \frac{1}{2}$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$  → Je justifie la conservation de l'ordre par la croissance de  $\ln$ .  
 $\Leftrightarrow 1 - 2x > -\ln 2$  → J'évite de garder un logarithme d'inverse en transformant  $\ln \frac{1}{2}$  en  $-\ln 2$ .  
 $\Leftrightarrow -2x > -\ln 2 - 1$   
 $\Leftrightarrow 2x < \ln 2 + 1$   
 $\Leftrightarrow x < \frac{\ln 2 + 1}{2}$   
 Donc :  $\mathcal{S} = ]-\infty; \frac{\ln 2 + 1}{2}[$ .

4.  $5 - 3e^{-x} \geq 0$   
 $\Leftrightarrow -3e^{-x} \geq -5$   
 $\Leftrightarrow e^{-x} \leq \frac{5}{3}$  → On divise directement par  $-3$ .  
 $\Leftrightarrow \ln e^{-x} \leq \ln \frac{5}{3}$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow -x \leq \ln \frac{5}{3}$  → Ici, je pourrais écrire que  $\ln \frac{5}{3} = \ln 5 - \ln 3$ , mais ce n'est pas très intéressant.  
 $\Leftrightarrow x \geq -\ln \frac{5}{3}$   
 Donc :  $\mathcal{S} = [ -\ln \frac{5}{3}; +\infty[$ .

5.  $2e^{2x} - 5e^x > 0$   
 $\Leftrightarrow 2(e^x)^2 - 5e^x > 0$  → J'applique l'indication proposée dans l'énoncé.  
 $\Leftrightarrow e^x(2e^x - 5) > 0$  → Comme d'habitude, je ne pense qu'à une chose, factoriser...  
 $\Leftrightarrow 2e^x - 5 > 0$  car  $e^x$  est toujours strictement positif  
 $\Leftrightarrow e^x > \frac{5}{2}$   
 $\Leftrightarrow \ln e^x > \ln \frac{5}{2}$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow x > \ln \frac{5}{2}$   
 Donc :  $\mathcal{S} = ] \ln \frac{5}{2}; +\infty[$ .

6.  $3e^{-2x} - 10e^{-x} + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 3(e^{-x})^2 - 10e^{-x} + 3 = 0$$

→ Ça sent le second degré, non ?

Posons  $X = e^{-x}$ .

→ On dit qu'on fait un changement d'inconnue (on dit aussi changement de variable).

L'équation s'écrit alors  $3X^2 - 10X + 3 = 0$ .

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 3 \times 3 = 64 > 0$$

donc l'équation a deux solutions  $\frac{-(-10) + \sqrt{64}}{2 \times 3} = 3$  et  $\frac{-(-10) - \sqrt{64}}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$ .

→ Attention, on vient de trouver les valeurs de  $X$  et non de  $x$  !

On en déduit :

$$X = 3 \text{ ou } X = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{-x} = 3 \text{ ou } e^{-x} = \frac{1}{3}$$

→ Je reviens sur mon inconnue  $x$ .

$$\Leftrightarrow \ln e^{-x} = \ln 3 \text{ ou } \ln e^{-x} = \ln \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow -x = \ln 3 \text{ ou } -x = \ln \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -\ln 3 \text{ ou } x = -\ln \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -\ln 3 \text{ ou } x = \ln 3$$

Donc :  $\mathcal{S} = \{-\ln 3 ; \ln 3\}$ .

② 1. ♦  $f$  de la forme  $u - v$  avec  $\begin{cases} u(x) = 3x + 3 \text{ et } u'(x) = 3 \\ v(x) = e^x \text{ et } v'(x) = e^x \end{cases}$

Donc  $f$  dérivable et  $f' = u' - v'$

donc  $f'(x) = 3 - e^x$ .

♦  $f'(x)$  n'est pas factorisable.

Pour étudier son signe, je résous l'inéquation qui correspond à sa positivité :

$$f'(x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3 - e^x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow e^x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow \ln e^x \leq \ln 3 \text{ car } \ln \text{ croissante sur } ]0 ; +\infty [$$

$$\Leftrightarrow x \leq \ln 3$$

On en déduit que la dérivée s'annule en  $\ln 3$ , est positive avant  $\ln 3$  et est donc négative après  $\ln 3$ .

|                   |           |         |           |
|-------------------|-----------|---------|-----------|
| $x$               | $-\infty$ | $\ln 3$ | $+\infty$ |
| signes de $f'(x)$ | +         | 0       | -         |
| variations de $f$ |           |         |           |

$$\begin{aligned} f(\ln 3) &= 3 \ln 3 + 3 - e^{\ln 3} \\ &= 3 \ln 3 + 3 - 3 \\ &= 3 \ln 3 \end{aligned}$$

2. ♦  $g$  de la forme  $e^u - v$  avec  $\begin{cases} u(x) = x - 1 \text{ et } u'(x) = 1 \\ v(x) = 2x \text{ et } v'(x) = 2 \end{cases}$

Donc  $g$  dérivable et  $g' = u' e^u - v'$

donc  $g'(x) = e^{x-1} - 2$ .

♦  $g'(x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow e^{x-1} - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow e^{x-1} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \ln e^{x-1} \geq \ln 2 \text{ car } \ln \text{ croissante sur } ]0 ; +\infty [$$

$$\Leftrightarrow x - 1 \geq \ln 2$$

$$\Leftrightarrow x \geq \ln 2 + 1$$

|                   |           |             |           |
|-------------------|-----------|-------------|-----------|
| $x$               | $-\infty$ | $\ln 2 + 1$ | $+\infty$ |
| signes de $g'(x)$ | -         | 0           | +         |
| variations de $g$ |           |             |           |

$$\begin{aligned} g(\ln 2 + 1) &= e^{\ln 2 + 1 - 1} - 2(\ln 2 + 1) \\ &= e^{\ln 2} - 2 \ln 2 - 2 \\ &= 2 - 2 \ln 2 - 2 \\ &= -2 \ln 2 \end{aligned}$$

③ 1.  $5 \times 7^n = 84\,035$   
 $\Leftrightarrow 7^n = \frac{84\,035}{5}$   $\rightarrow$  Je divise par 5 avant d'appliquer  $\ln$ .  
 $\Leftrightarrow \ln 7^n = \ln 16\,807$   
 $\Leftrightarrow n \ln 7 = \ln 16\,807$   
 $\Leftrightarrow n = \frac{\ln 16\,807}{\ln 7}$   
 $\Leftrightarrow n = 5$   
 Donc :  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}} = \{ 5 \}$ .

2.  $10\,000 - 3 \times 2^n = 3\,856$   
 $\Leftrightarrow 2^n = \frac{3\,856 - 10\,000}{-3}$   $\rightarrow$  J'isole  $2^n$  avant d'appliquer  $\ln$ .  
 $\Leftrightarrow \ln 2^n = \ln 2\,048$   
 $\Leftrightarrow n \ln 2 = \ln 2\,048$   
 $\Leftrightarrow n = \frac{\ln 2\,048}{\ln 2}$   
 $\Leftrightarrow n = 11$   
 Donc :  $\mathcal{S}_{\mathbb{N}} = \{ 11 \}$ .

3.  $1 - 2 \times 0,8^n \leq 0,95$   
 $\Leftrightarrow -2 \times 0,8^n \leq -0,05$   
 $\Leftrightarrow 0,8^n \geq \frac{-0,05}{-2}$   $\rightarrow$  Attention à la division par un négatif qui change l'ordre.  
 $\Leftrightarrow \ln 0,8^n \geq \ln 0,025$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow n \ln 0,8 \geq \ln 0,025$   
 $\Leftrightarrow n \leq \frac{\ln 0,025}{\ln 0,8}$  car  $\ln 0,8$  négatif  
 $\Leftrightarrow n \leq 16,53\dots$   
 $\Leftrightarrow n \leq 16$   $\rightarrow$  Attention, cette équivalence n'est vraie que parce que  $n$  est un entier...  
 Donc, les solutions sont les entiers de 0 à 16.

Si un nombre, entier ou réel, est inférieur ou égal à 16, alors il est inférieur ou égal à 16,53...  
 Mais la réciproque est vraie pour un entier  $n$  et fautive pour un réel  $x$ .  
 Si  $n \leq 16,53\dots$  alors  $n \leq 16$  car il n'y a pas d'entier entre 16 et 16,53...  
 Si  $x \leq 16,53$  alors  $x$  n'est pas nécessairement inférieur ou égal à 16.  
 Il peut valoir 16,2 par exemple, et bien d'autres valeurs...

4.  $12 + 2 \times 5^n > 10^6$   
 $\Leftrightarrow 2 \times 5^n > 999\,988$   
 $\Leftrightarrow 5^n > \frac{999\,988}{2}$   
 $\Leftrightarrow \ln 5^n > \ln 499\,994$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow n \ln 5 > \ln 499\,994$   
 $\Leftrightarrow n > \frac{\ln 499\,994}{\ln 5}$   
 $\Leftrightarrow n > 8,15\dots$   
 $\Leftrightarrow n \geq 9$   
 Donc, les solutions sont les entiers à partir de 9.

④ 1. ♦  $(u_n)$  géométrique de premier terme  $u_0 = 5$  et de raison 1,2  
 donc, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 5 \times 1,2^n$ .  
 ♦  $1,2 > 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1,2^n = +\infty$   
 donc, par produit,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \times 1,2^n = +\infty$  : donc  $(u_n)$  tend bien vers  $+\infty$ .  
 ♦  $u_n > 10^9$   
 $\Leftrightarrow 5 \times 1,2^n > 10^9$   
 $\Leftrightarrow 1,2^n > \frac{10^9}{5}$   
 $\Leftrightarrow \ln 1,2^n > \ln 200\,000\,000$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow n \ln 1,2 > \ln 200\,000\,000$   
 $\Leftrightarrow n > \frac{\ln 200\,000\,000}{\ln 1,2}$   
 $\Leftrightarrow n > 104,8\dots$   
 $\Leftrightarrow n \geq 105$   
 Donc, le premier terme qui dépasse  $10^9$  est  $u_{105}$ .

2. ♦  $(v_n)$  géométrique de premier terme  $v_0 = 10$  et de raison  $\frac{3}{4}$   
 donc, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = 10 \times (\frac{3}{4})^n$ .
- ♦  $-1 < \frac{3}{4} < 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{3}{4})^n = 0$   
 donc, par produit,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 10 \times (\frac{3}{4})^n = 0$ .  
 Donc  $(v_n)$  tend bien vers 0.
- ♦  $v_n < 10^{-5}$   
 $\Leftrightarrow 10 \times (\frac{3}{4})^n < 10^{-5}$   
 $\Leftrightarrow (\frac{3}{4})^n < 10^{-6}$   
 $\Leftrightarrow \ln(\frac{3}{4})^n < \ln 10^{-6}$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow n \ln \frac{3}{4} < \ln 10^{-6}$   
 $\Leftrightarrow n > \frac{\ln 10^{-6}}{\ln \frac{3}{4}}$  car  $\ln \frac{3}{4}$  négatif  
 $\Leftrightarrow n > 48,02\dots$   
 $\Leftrightarrow n \geq 49$   
 Donc, le premier terme qui est strictement inférieur à  $10^{-5}$  est  $u_{49}$ .

- ⑤ a. 20 % du médicament est éliminé par minute,  
 donc on passe de  $u_n$  à  $u_{n+1}$  en multipliant par  $1 - 0,2 = 0,8$ .  
 Donc  $(u_n)$  est géométrique de raison 0,8 et de premier terme  $u_0 = 10$ .
- b.  $(u_n)$  géométrique de raison 0,8 et de premier terme 10  
 donc, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 10 \times 0,8^n$ .
- c. La quantité de médicament est inférieure à 1 % de la quantité initiale si :
- $$u_n < 1\% \text{ de } 10$$
- $$\Leftrightarrow 10 \times 0,8^n < 0,1$$
- $$\Leftrightarrow 0,8^n < \frac{0,1}{10}$$
- $$\Leftrightarrow \ln 0,8^n < \ln 0,01 \text{ car } \ln \text{ croissante sur } ]0; +\infty[$$
- $$\Leftrightarrow n \ln 0,8 < \ln 0,01$$
- $$\Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,8} \text{ car } \ln 0,8 \text{ négatif}$$
- $$\Leftrightarrow n > 20,6\dots$$
- $$\Leftrightarrow n \geq 21$$

Donc, c'est à partir de la 21<sup>ème</sup> minute que la quantité de médicament dans le sang est inférieure à 1 % de la quantité initiale.

- ⑥ 1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_n + b_n = 2\,200$ .

2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= a_n + 0,15b_n - 0,1a_n \\ &= 0,9a_n + 0,15(2\,200 - a_n) \\ &= 0,9a_n + 330 - 0,15a_n \\ &= 0,75a_n + 330 \end{aligned}$$

→ On ajoute 15 % du volume d'eau dans B et on enlève 10 % du volume dans A.

3. def vol() :

```
a = 800
n = 0
while a < 1100 :
    a = 0.75*a + 330
    n = n + 1
return n
```

4. a. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= a_{n+1} - 1\,320 \\ &= 0,75a_n + 330 - 1\,320 \\ &= 0,75a_n - 990 \\ &= 0,75(a_n - \frac{990}{0,75}) \\ &= 0,75(a_n - 1\,320) \\ &= 0,75u_n \end{aligned}$$

Donc  $(u_n)$  est géométrique de raison 0,75 et de premier terme  $u_0 = a_0 - 1\,320 = 800 - 1\,320 = -520$ .

- b.  $(u_n)$  géométrique de raison 0,75 et de premier terme -520  
donc, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = -520 \times 0,75^n$ .

$$u_n = a_n - 1\,320$$

$$\Leftrightarrow a_n = u_n + 1\,320 = -520 \times 0,75^n + 1\,320$$

5. Les deux bassins ont le même volume d'eau si

$$a_n = \frac{2\,200}{2}$$

$$\Leftrightarrow -520 \times 0,75^n + 1\,320 = 1\,100$$

$$\Leftrightarrow 0,75^n = \frac{1\,100 - 1\,320}{-520}$$

$$\Leftrightarrow 0,75^n = \frac{220}{520}$$

$$\Leftrightarrow \ln 0,75^n = \ln \frac{220}{520}$$

$$\Leftrightarrow n \ln 0,75 = \ln \frac{220}{520}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\ln \frac{220}{520}}{\ln 0,75}$$

$$\Leftrightarrow n = 2,99\dots$$

Vérifions si  $a_3$  et  $b_3$  sont égaux à un mètre cube près :

$$\begin{cases} a_3 = -520 \times 0,75^3 + 1\,320 = 1\,100,625 \\ b_3 = 2\,200 - a_3 = 2\,200 - 1\,100,625 = 1\,099,375 \end{cases}$$

Or,  $a_3 - b_3 = 1\,100,625 - 1\,099,375 = 1,25 > 1$ .

Au mieux, la différence de volume sera de  $1,25 \text{ m}^3$ , donc supérieure à  $1 \text{ m}^3$ .

Donc, les deux bassins ne peuvent pas avoir, au mètre cube près, le même volume d'eau.

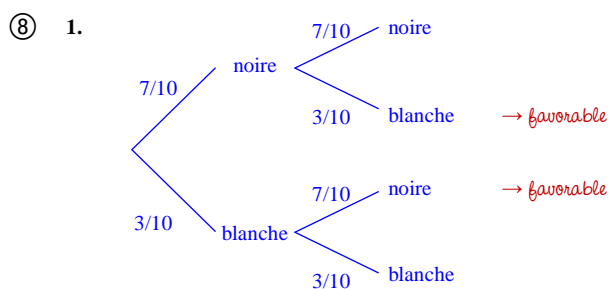
⑦ a.  $P(X=0) = \binom{n}{0} 0,65^0 \times (1-0,65)^{n-0}$   
 $= 0,35^n$

- b.  $P(X=0) < 0,01 \%$   
 $\Leftrightarrow 0,35^n < 0,0001$   
 $\Leftrightarrow \ln 0,35^n < \ln 0,0001$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow n \ln 0,35 < \ln 0,0001$   
 $\Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,0001}{\ln 0,35}$  car  $\ln 0,35$  négatif  
 $\Leftrightarrow n > 8,7\dots$   
 $\Leftrightarrow n \geq 9$

Donc,  $P(X=0)$  est inférieur à 0,01 % pour les valeurs de  $n$  supérieures ou égales à 9.

- c.  $P(X \geq 1) > 99,5 \%$   
 $\Leftrightarrow 1 - P(X=0) > 0,995$   
 $\Leftrightarrow 1 - 0,35^n > 0,995$   
 $\Leftrightarrow -0,35^n > -0,005$   
 $\Leftrightarrow 0,35^n < 0,005$   
 $\Leftrightarrow \ln 0,35^n < \ln 0,005$  car  $\ln$  croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow n \ln 0,35 < \ln 0,005$   
 $\Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,005}{\ln 0,35}$  car  $\ln 0,35$  négatif  
 $\Leftrightarrow n > 5,04\dots$   
 $\Leftrightarrow n \geq 6$

Donc,  $P(X \geq 1)$  est supérieur à 99,5 % pour les valeurs de  $n$  supérieures ou égales à 6.



La probabilité de gagner est donc  $0,7 \times 0,3 + 0,3 \times 0,7 = 0,42$ .

2. a. À chaque partie, le joueur peut gagner, avec une probabilité  $p = 0,42$ , ou perdre.  
C'est une expérience de Bernoulli.  
On la répète  $n$  fois de manières indépendantes, donc la variable aléatoire  $X$  qui compte les succès suit la loi binomiale de paramètres  $n$  et  $0,42$ .
- b.  $p_n = P(X \geq 1)$   
 $= 1 - P(X = 0)$   
 $= 1 - \binom{n}{0} 0,42^0 \times (1 - 0,42)^{n-0}$   
 $= 1 - 0,58^n$   
 On en déduit :  $p_{10} = 1 - 0,58^{10}$   
 $= 0,9956... \approx 0,996$  arrondi au millième
- c. La probabilité de gagner au moins une fois est supérieure à 99 % si :
- $$P(X \geq 1) > 99\%$$
- $$\Leftrightarrow 1 - 0,58^n > 0,99$$
- $$\Leftrightarrow -0,58^n > -0,01$$
- $$\Leftrightarrow 0,58^n < 0,01$$
- $$\Leftrightarrow \ln 0,58^n < \ln 0,01 \quad \text{car } \ln \text{ croissante sur } ]0; +\infty[$$
- $$\Leftrightarrow n \ln 0,58 < \ln 0,01$$
- $$\Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,58} \quad \text{car } \ln 0,58 \text{ négatif}$$
- $$\Leftrightarrow n > 8,4...$$
- $$\Leftrightarrow n \geq 9$$
- Donc, le joueur doit jouer au moins 9 parties pour que la probabilité de gagner au moins une fois soit supérieure à 99 %.

- ⑨ À chaque tirage, le joueur peut tirer une boule noire, avec une probabilité  $p = \frac{n-5}{n}$ , ou une boule blanche.  
C'est une expérience de Bernoulli.  
On la répète 10 fois de manières indépendantes, donc la variable aléatoire  $X$  qui compte les succès suit la loi binomiale de paramètres 10 et  $\frac{n-5}{n}$ .
- $$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$
- $$= 1 - \binom{n}{0} \left(\frac{n-5}{n}\right)^0 \times \left(1 - \frac{n-5}{n}\right)^{10-0}$$
- $$= 1 - \left(\frac{5}{n}\right)^{10}$$
- La probabilité d'obtenir au moins une boule noire sur les 10 tirages est supérieure ou égale à 0,9999 si :
- $$P(X \geq 1) \geq 0,9999$$
- $$\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{5}{n}\right)^{10} \geq 0,9999$$
- $$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{n}\right)^{10} \geq -0,0001$$
- $$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{n}\right)^{10} \leq 0,0001$$
- $$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{5}{n}\right)^{10} \leq \ln 0,0001 \quad \text{car } \ln \text{ croissante sur } ]0; +\infty[$$
- $$\Leftrightarrow 10 \ln \frac{5}{n} \leq \ln 0,0001$$
- $$\Leftrightarrow \ln \frac{5}{n} \leq \frac{\ln 0,0001}{10}$$
- $$\Leftrightarrow e^{\ln \frac{5}{n}} \leq e^{\frac{\ln 0,0001}{10}} \quad \text{car } \exp \text{ croissante sur } \mathbb{R}$$
- $$\Leftrightarrow \frac{5}{n} \leq e^{\frac{\ln 0,0001}{10}}$$
- $$\Leftrightarrow \frac{n}{5} \geq \frac{1}{e^{\frac{\ln 0,0001}{10}}} \quad \text{car la fonction inverse est décroissante sur } ]0; +\infty[$$
- $$\Leftrightarrow n \geq 5 \times \frac{1}{e^{\frac{\ln 0,0001}{10}}}$$
- $$\Leftrightarrow n \geq 12,5...$$
- $$\Leftrightarrow n \geq 13$$

Donc, la plus petite valeur de l'entier  $n$  est bien égale à 13.  
L'affirmation est vraie.