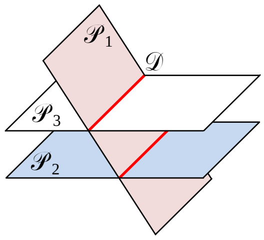
Savoir CONSTRUIRE L'INTERSECTION D'UNE DROITE ET D'UN PLAN, L'INTERSECTION DE DEUX PLANS, LA SECTION D'UN SOLIDE PAR UN PLAN

Ce que je dois savoir faire

- **Construire le point d'intersection d'une droite $\mathscr{D}$ et d'un plan $\mathscr{P}$ sécants**

  - On trouve un plan annexe (autre que $\mathscr{P}$) qui contient à la fois $\mathscr{D}$ et une droite $\mathscr{D}'$ de $\mathscr{P}$ qui coupe $\mathscr{D}$.
  - Alors, le point d'intersection de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ est le point d'intersection de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$ cherché.

  Remarque : Le plan est généralement défini par trois points A, B et C.
  La droite $\mathscr{D}'$ est souvent (AB), ou (AC), ou (BC), mais pas toujours...
  Il est souvent utile de prolonger le plan en trouvant un quatrième point.

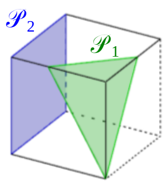


- **Construire la droite d'intersection d'un plan $\mathscr{P}_1$ et d'un plan $\mathscr{P}_2$ sécants**

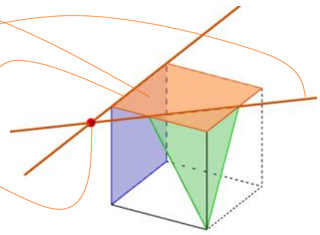
  Méthode 1, à utiliser d'abord, si c'est possible :

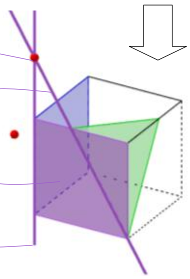
  - Si $\mathscr{P}_1$ coupe un plan $\mathscr{P}_3$ parallèle à $\mathscr{P}_2$ suivant une droite connue $\mathscr{D}$, alors la droite d'intersection $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ est parallèle à $\mathscr{D}$.

  Méthode 2 si ce n'est pas possible :

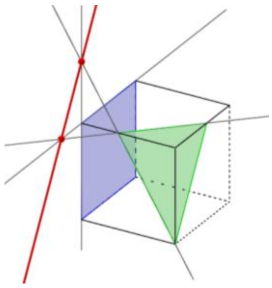


  - On trouve un plan annexe qui contient une 1[ère] droite de $\mathscr{P}_1$ et une 1[ère] droite de $\mathscr{P}_2$ sécantes.
    Leur point d'intersection appartient à $\mathscr{P}_1$ et à $\mathscr{P}_2$ donc à la droite $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$.





  - On trouve un plan annexe qui contient une 2[ème] droite de $\mathscr{P}_1$ et une 2[ème] droite de $\mathscr{P}_2$ sécantes.
    Leur point d'intersection appartient à $\mathscr{P}_1$ et à $\mathscr{P}_2$ donc à la droite $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$.



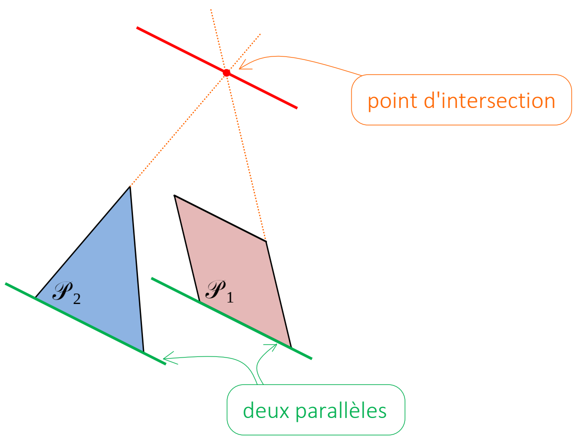
  Remarque : Les plans annexes possibles ne sont pas si nombreux...
  Par exemple ici, pour contenir une droite du plan vert, ce ne peut être que les faces du dessus, de devant et de droite. Et la face de droite ne sert à rien car elle est parallèle au plan bleu.

  Remarque : Il est fréquent de commencer par la méthode 2 puis finir avec la méthode 1.

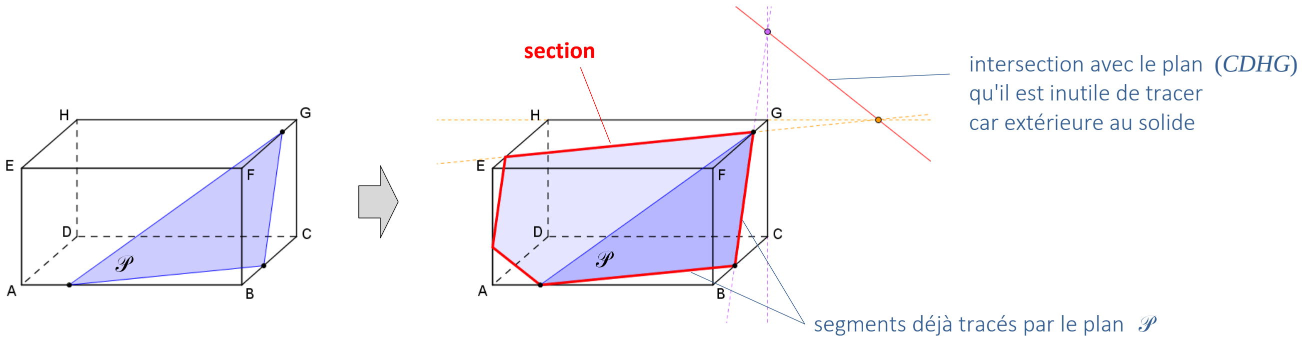
  Méthode 3 si les plans possèdent deux droites parallèles :

  - On trouve d'abord un point d'intersection, avec la méthode 2 si besoin.
  - On applique ensuite le **théorème du toit** :

    la droite d'intersection sera la droite
    qui passe par le point trouvé
    et qui est parallèle aux deux droites.



- **Construire la section d'un solide par un plan $\mathscr{P}$**
  - La section est l'ensemble des segments intersections du plan $\mathscr{P}$ avec chaque face du solide.
  - Certains segments peuvent être déjà tracés par les points du plan de section $\mathscr{P}$.
  - Les autres segments doivent être construits avec les deux méthodes précédentes (pensez à la 1ère dès qu'il y a des faces parallèles !).
  - Mais attention ! Il est possible qu'une des faces ne soit pas coupée par le plan $\mathscr{P}$.
    Il y a bien une intersection avec le plan contenant la face, mais extérieure au solide :



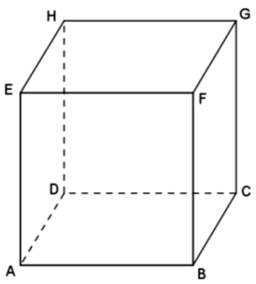
Remarques sur les exercices

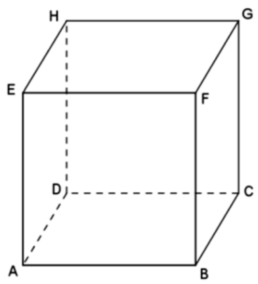
- Les méthodes rappelées ci-dessus sont difficiles à comprendre sans exemples les illustrant !
  Lisez-les en faisant les exercices ci-dessous.
- Vous pouvez prendre l'habitude de chercher d'abord au brouillon en traçant vos pavés et vos tétraèdres à main levée.
  N'oubliez pas d'éviter les cubes avec des fuyantes à 45° pour lesquels deux diagonales du cube sont superposées.
  Pour les dessins au propre, imprimez les pages.
- Pour s'entraîner sur les **intersections d'un plan et d'une droite**, voir l'exercice **1.** , sur les **intersections de deux plans**, voir l'exercice **2.** , sur les **sections de solides**, voir l'exercice **3.** .
- Les exercices **4.** à **9.** sont des exercices de baccalauréat.

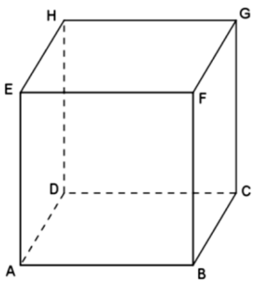
---

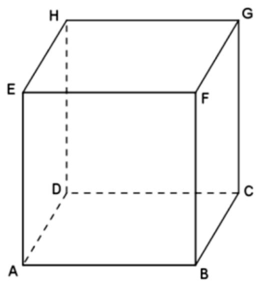
1. **1.1.** On considère un cube $ABCDEFGH$.

a) Construire en rouge et préciser la position du point d'intersection du plan (CEG) avec (HE) .
Puis avec (HA) , puis avec (DB) , puis avec (HB) .





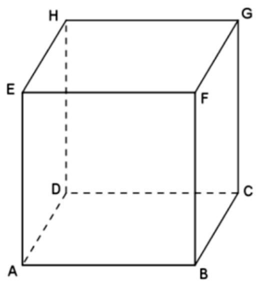


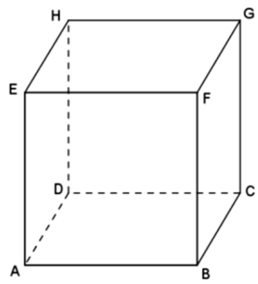


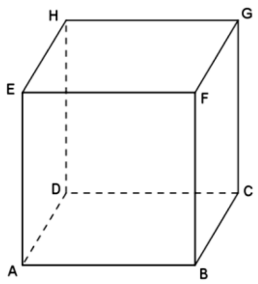
b) Justifier que (CEG) ne coupe pas (BF) .

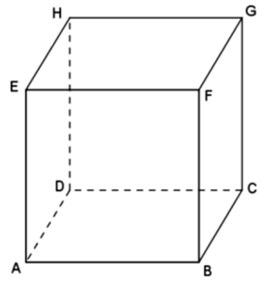
1.2. On considère un cube $ABCDEFGH$.

a) Construire en rouge et préciser la position du point d'intersection du plan (BEG) avec (HG) . Puis avec (HF) , puis avec (HD) , puis avec (DA) .







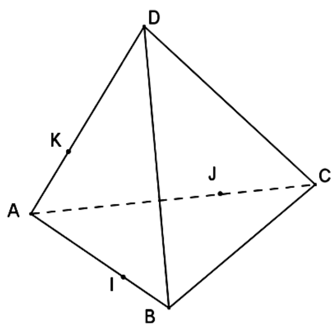


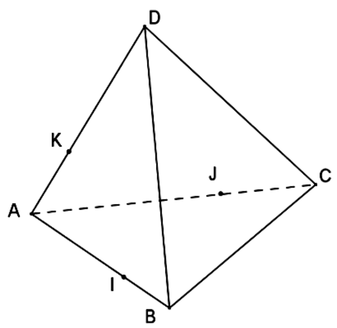
b) Justifier que (BEG) ne coupe pas (HA) .

1.3. On considère un tétraèdre $ABCD$.

On définit les points I , J et K par $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

a) Construire l'intersection du plan (BCD) avec (JK) , puis avec (IK) .

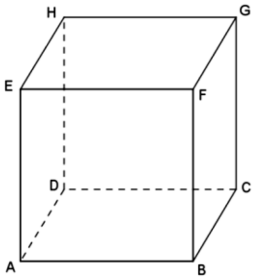


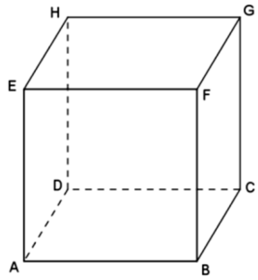


b) Justifier que (BCD) ne coupe pas (IJ) .

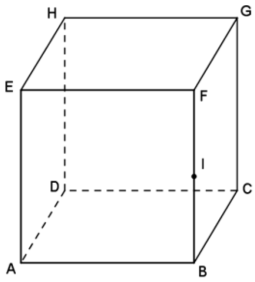
2. **2.1.** On considère un cube $ABCDEFGH$ et I , J et K milieux respectifs de $[BF]$, de $[EF]$ et de $[FG]$.

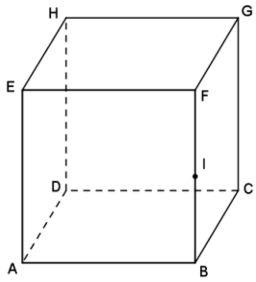
a) Construire en rouge l'intersection des plans (CEG) et (BDH) .
Puis l'intersection des plans (AFH) et (ACE) .



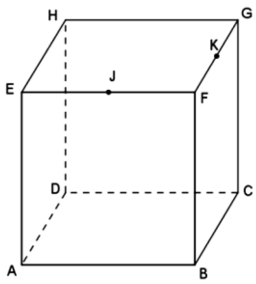


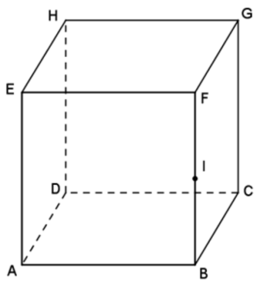
b) I étant le milieu de $[BF]$, construire en rouge l'intersection des plans (ADI) et (BEG) .
Puis l'intersection des plans (ADI) et (EHI) .



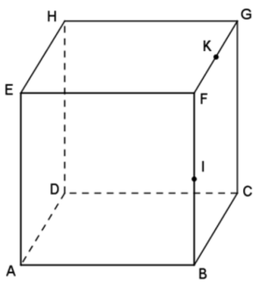


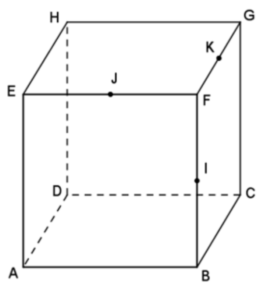
c) Construire en rouge l'intersection des plans (JKB) et $(ADHE)$.
Puis l'intersection des plans $(EFGH)$ et (ADI) .



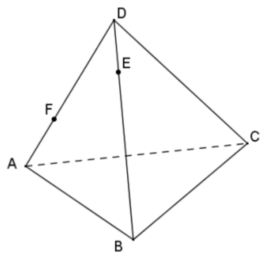


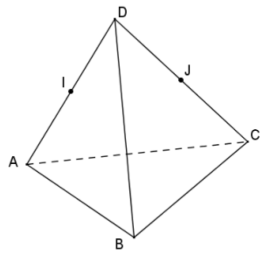
d) Construire en rouge l'intersection des plans (AIK) et $(CDHG)$.
Puis l'intersection des plans (IJK) et $(ABCD)$.

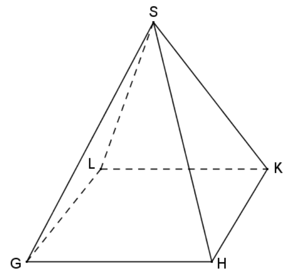




2.2. *a)* Dans le tétraèdre $ABCD$, construire en rouge l'intersection des plans (ACE) et (BCF) .
Puis l'intersection des plans (BIJ) et (ABC) .





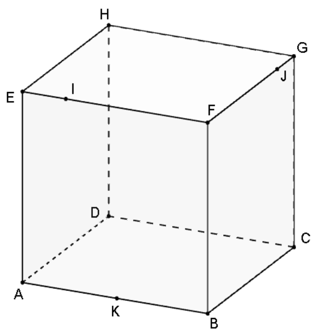


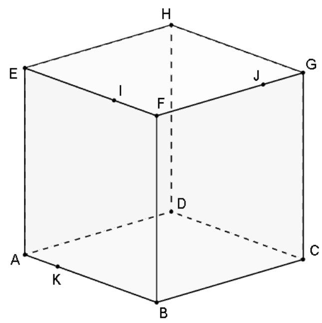
b) Dans la pyramide $GHKLS$ à base carrée, construire en rouge l'intersection des plans (GHS) et (KLS) .

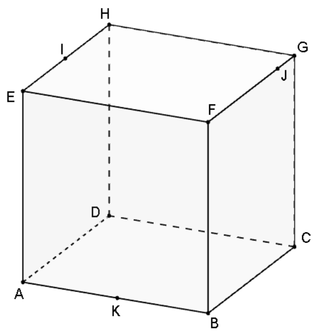
---

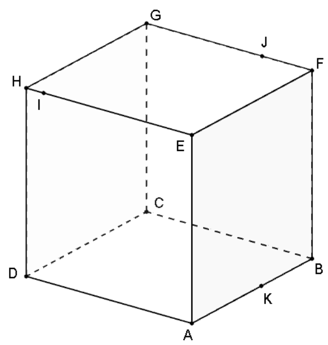
3. **3.1.** On considère un cube $ABCDEFGH$.

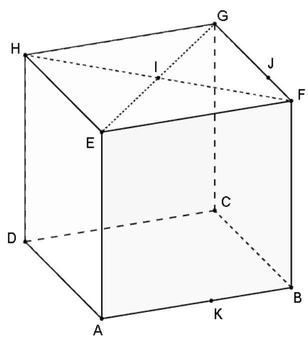
Dans chaque cas, construire la section du cube par le plan (IJK) .

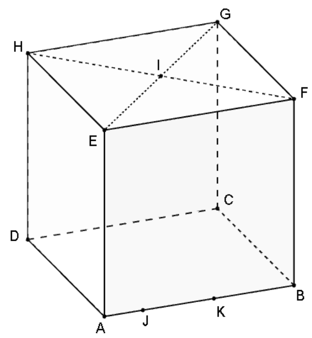


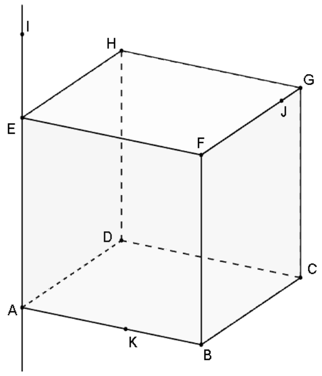


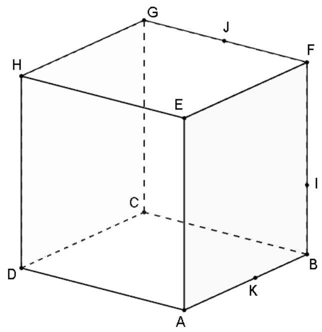












4. On considère un cube $ABCDEFGH$ donné en annexe (à rendre avec la copie).
On note M le milieu du segment $[EH]$, N celui de $[FC]$ et P le point tel que $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$.

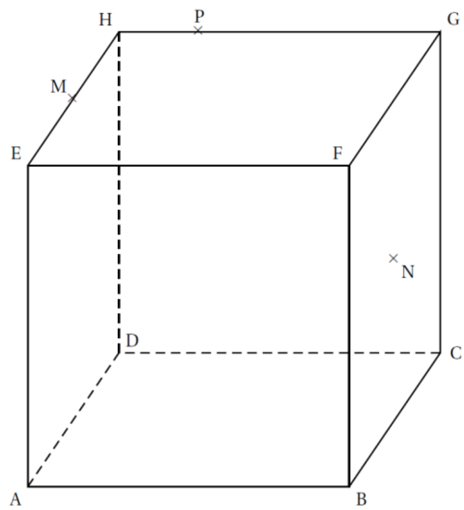
a) Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
Construire le point L.

b) On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.

1) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.

2) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).

c) En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

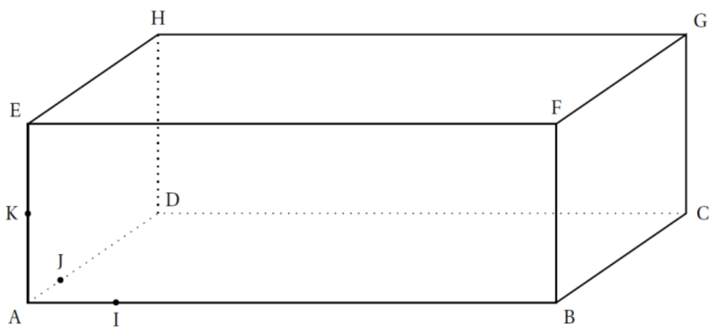


D'après Baccalauréat Amérique du Nord 2014

5. On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ ci-dessous, pour lequel $AB = 6$, $AD = 4$ et $AE = 2$.

I, J et K sont les points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

Tracer la section du pavé $ABCDEFGH$ par le plan (IJG).
Ce tracé sera réalisé sur la figure donnée en **annexe à rendre avec la copie**.
On ne demande pas de justification.



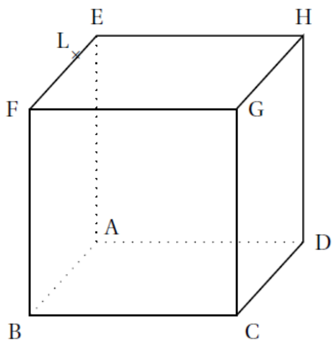
D'après Baccalauréat Amérique du Nord 2014

6. *Indiquer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.*

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 1.

Le point L est tel que $\overrightarrow{EL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF}$.

Proposition : La section du cube par le plan (BDL) est un triangle.



D'après Baccalauréat Polynésie 2016

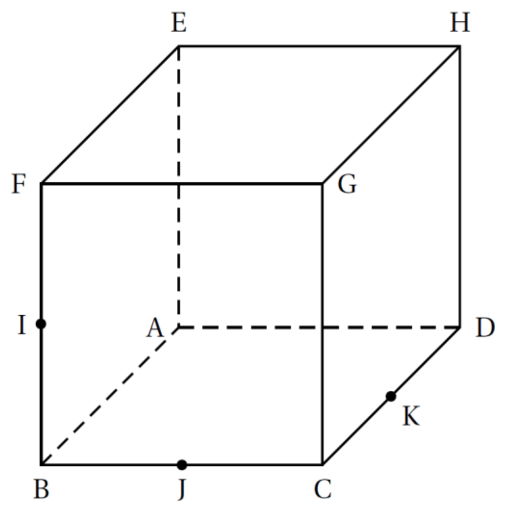
7. $ABCDEFGH$ désigne un cube de côté 1.
Le point I est le milieu du segment $[BF]$.
Le point J est le milieu du segment $[BC]$.
Le point K est le milieu du segment $[CD]$.

Dans cette partie, on ne demande aucune justification

On admet que les droites (IJ) et (CG) sont sécantes en un point L.

Construire, sur la figure fournie en annexe et en laissant apparents les traits de construction :

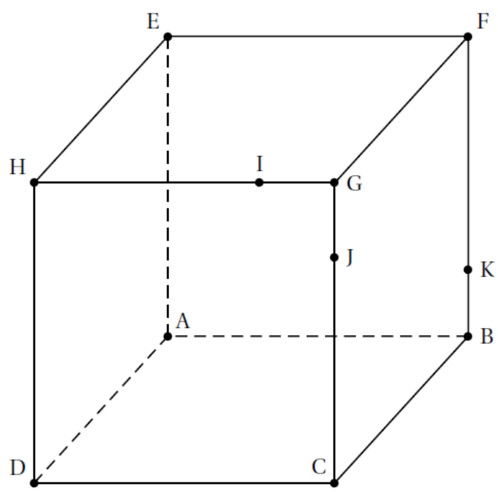
- le point L ;
- l'intersection $\mathscr{D}$ des plans (IJK) et (CDH) ;
- la section du cube par le plan (IJK).



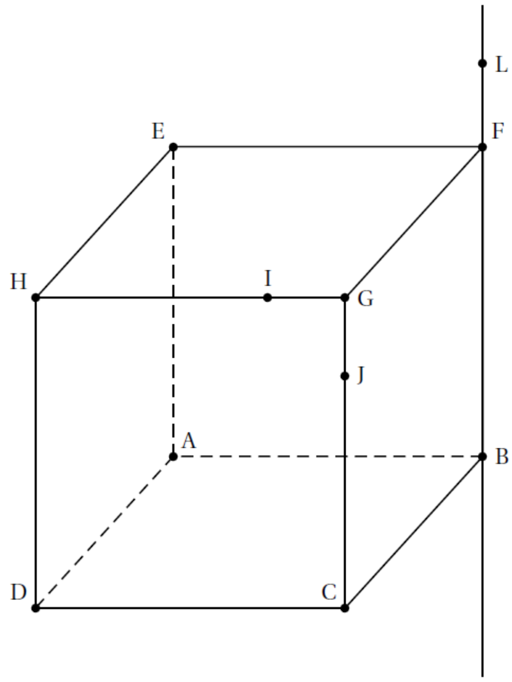
D'après Baccalauréat Pondichéry 2016

8. On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous.
On définit les points I et J respectivement par $\overrightarrow{HI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{JG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CG}$.

a) Sur le document réponse donné en annexe, à rendre avec la copie, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJK) où K est un point du segment $[BF]$.



b) Sur le document réponse donné en annexe, à rendre avec la copie, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJL) où L est un point de la droite (BF) .



c) Existe-t-il un point P de la droite (BF) tel que la section du cube par le plan (IJP) soit un triangle équilatéral ? Justifier votre réponse.

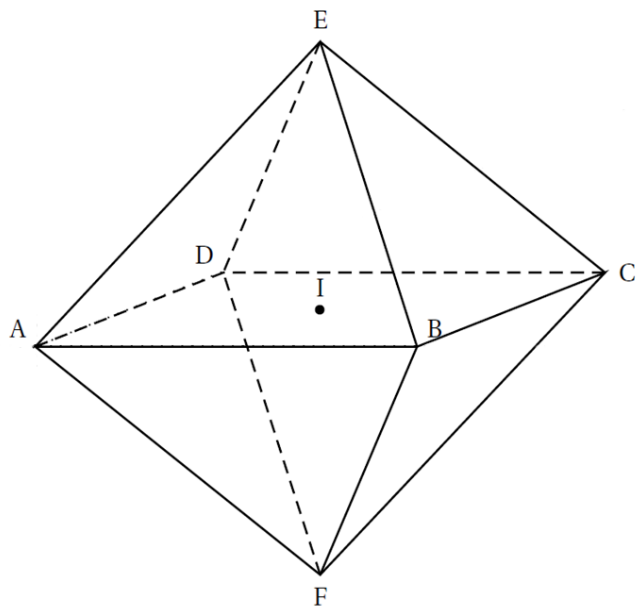
D'après Baccalauréat Nouvelle Calédonie 2016

9. On considère un solide $ADECBF$ constitué de deux pyramides identiques ayant pour base commune le carré $ABCD$ de centre I .
Une représentation en perspective de ce solide est donnée **en annexe (à rendre avec la copie)**.

On suppose que les plans (FDC) et (ABE) sont parallèles et que les plans (FAB) et (CDE) sont parallèles.

On nomme M le milieu du segment $[DF]$ et N celui du segment $[AB]$.

Construire sur l'annexe la section du solide $ADECBF$ par le plan (EMN) .



D'après Baccalauréat Liban 2016