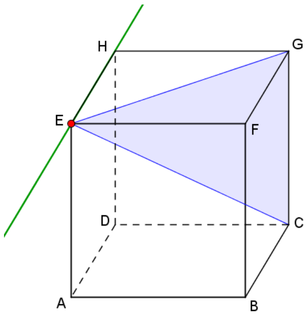
Correction de T^{ale} S - GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE - Fiche 1

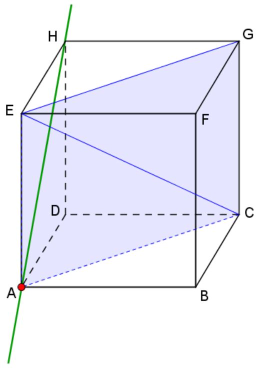
1. **1.1.** ***a)***

- Le point d'intersection de (CEG) et (HE) est E .



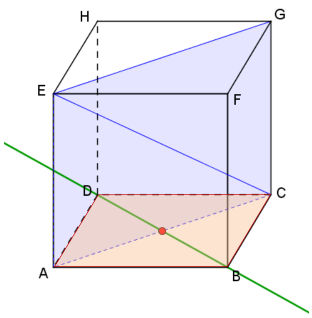
→ Pas grand-chose à faire puisque (HE) coupe (GE) en E !

- Le point d'intersection de (CEG) et (HA) est A .



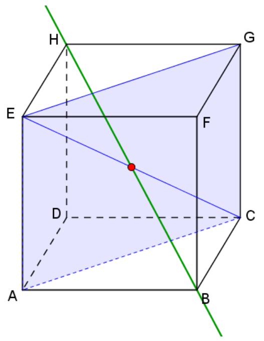
→ Le triangle ne suffit pas à représenter le plan.
Il faut le prolonger en le quadrilatère EGCA .
Puis (HA) coupe (EA) (ou (CA)) en A .

- Le point d'intersection de (CEG) et (DB) est le milieu de $[AC]$.



→ On prolonge de nouveau.
Puis (DB) et (AC) sont **coplanaires** (dans (ABCD)) et sécantes au centre de ABCD .

- Le point d'intersection de (CEG) et (HB) est le milieu de $[EC]$, c'est-à-dire le centre du cube.



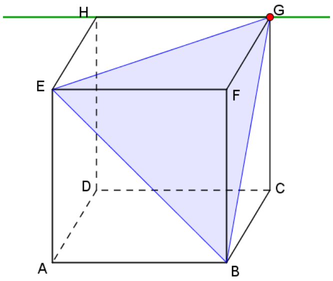
→ On voit que [HB] et [EG] sont deux des quatre diagonales du cube.

b) B et F n'appartiennent pas au plan (CEG)
donc (BF) n'est pas incluse dans (CEG) .

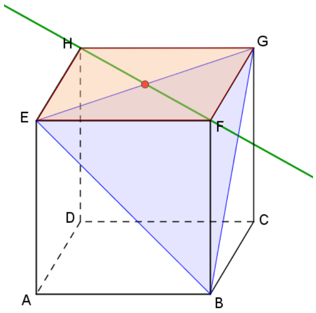
De plus, (FB) est parallèle à (CG) droite du plan (CEG)
donc (FB) est strictement parallèle à (CEG) , ils ne se coupent pas.

1.2. ***a)***

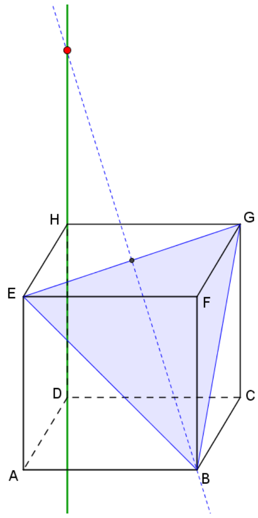
- Le point d'intersection de (BEG) et (HG) est G.



- Le point d'intersection de (BEG) et (HF) est le milieu de $[EG]$.

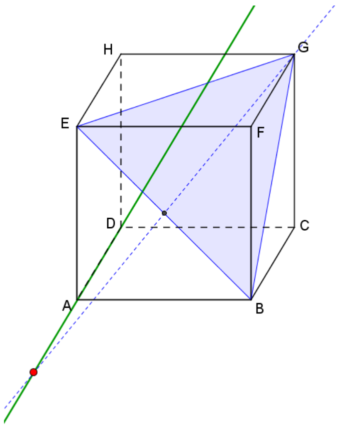


- Le point d'intersection de (BEG) et (HG) est le point d'intersection de (HG) et de la médiane de BEG issue de B.



→ On peut imaginer un deuxième cube au-dessus...

- Le point d'intersection de (BEG) et (AD) est le point d'intersection de (AD) et de la médiane de BEG issue de G.

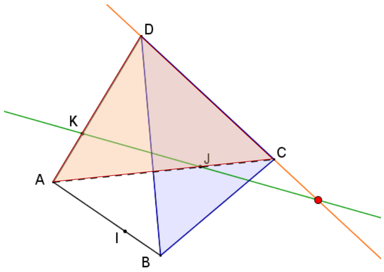


b) A et H n'appartiennent pas au plan (BEG)
donc (AH) n'est pas incluse dans (BEG).

De plus, (AH) est parallèle à (BG) droite du plan (BEG)
donc (AH) est strictement parallèle à (BEG), ils ne se coupent pas.

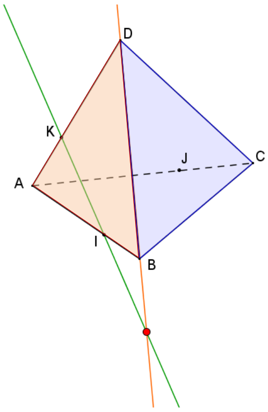
1.3. ***a)***

◆



→ (JK) et (DC) sont **coplanaires** (dans le plan (ACD)) et sécantes.

◆

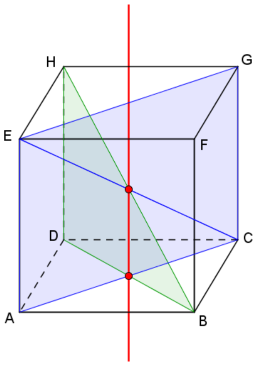


→ (IK) et (DB) sont **coplanaires** (dans le plan (ABD)) et sécantes.

---

2. **2.1.** ***a)***

◆ Intersection de (*CEG*) et (*BDH*) :

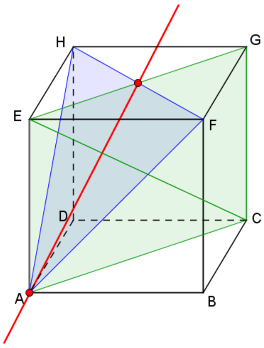


→ (EC) et (BH) sont deux diagonales du cube.
Elles sont donc sécantes et fournissent le 1^{er} point d'intersection.

→ On prolonge le plan (ECG) en (EGCA).
(DB) et (AC) sont **coplanaires** (dans (ABCD)) et sécantes.
Elles fournissent le $2^{ème}$ point d'intersection.

→ On aurait pu aussi prolonger le plan (BDH) en (BDHF).
On aurait obtenu le point d'intersection entre (FH) et (EG) qui donne la

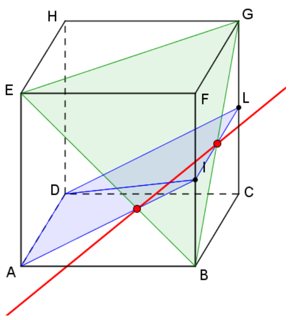
◆ Intersection de (*AFH*) et (*ACE*) :



→ A est le point d'intersection de plusieurs droites de (ACE) et de (AFH).
Il est le 1^{er} point d'intersection.

→ On prolonge le plan (ACE) en (ACGE).
(HF) et (EG) sont **coplanaires** (dans (EFGH)) et sécantes.
Elles fournissent le $2^{ème}$ point d'intersection.

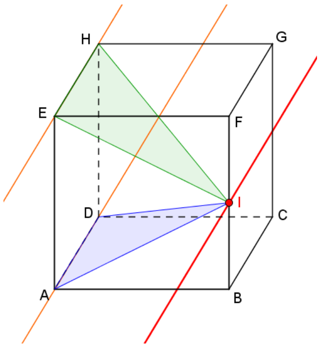
b) ◆ Intersection de (*ADI*) et (*BEG*) :



→ (BE) et (AI) sont **coplanaires** (dans (ABCD)) et sécantes.
Elles fournissent le 1^{er} point d'intersection

→ On prolonge le plan (ADI) en (ADLI).
(IL) et (BG) sont **coplanaires** (dans (BCGF)) et sécantes.
Elles fournissent le $2^{ème}$ point d'intersection.

- Intersection de (ADI) et (EHI) :

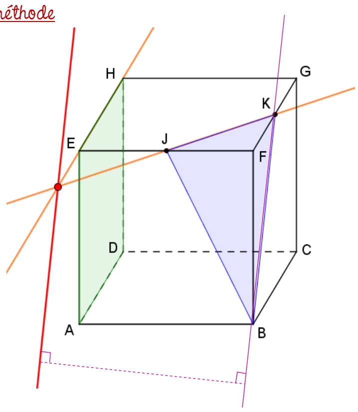


→ (EI) et (AI) sont **coplanaires** (dans (ABCD)) et sécantes.
Elles fournissent un point d'intersection

→ Les deux plans possèdent deux droites parallèles (AD) et (EH).
D'après le théorème du toit, la droite d'intersection est parallèle à ces deux droites.
Et elle passe par I.

c) - Intersection de (JKB) et $(ADHE)$:

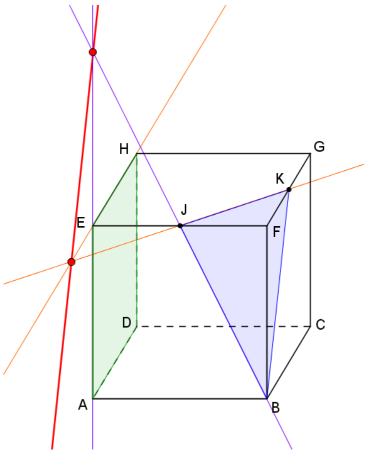
1ère méthode



→ (EH) et (JK) sont **coplanaires** (dans (EFGH)) et sécantes.
Elles fournissent un point d'intersection.

→ Les plans (BCGF) et (ADHE) sont parallèles.
Ils sont donc coupés par (BJK) suivant deux droites parallèles.
La droite d'intersection est donc parallèle à (KB) et passe par le point d'intersection trouvé.

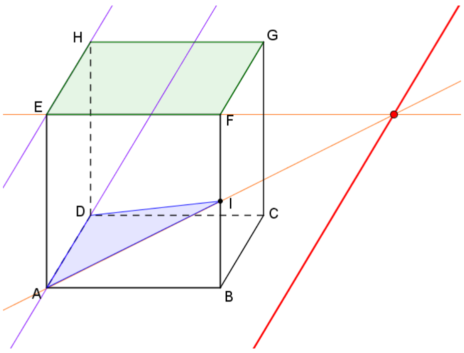
2ème méthode



→ (EH) et (JK) sont **coplanaires** (dans (EFGH)) et sécantes.
Elles fournissent le 1er point d'intersection.

→ (AE) et (BJ) sont **coplanaires** (dans (ABFE)) et sécantes.
Elles fournissent le 2ème point d'intersection.

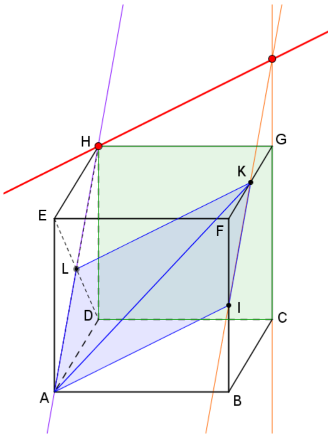
- Intersection de $(EFGH)$ et (ADI) :



→ (EF) et (AI) sont **coplanaires** (dans (ABCD)) et sécantes.
Elles fournissent un point d'intersection

→ Les deux plans possèdent deux droites parallèles (AD) et (EH).
D'après le théorème du toit, la droite d'intersection est parallèle à ces deux droites.

d) ◆ Intersection de (AIK) et $(CDHG)$:

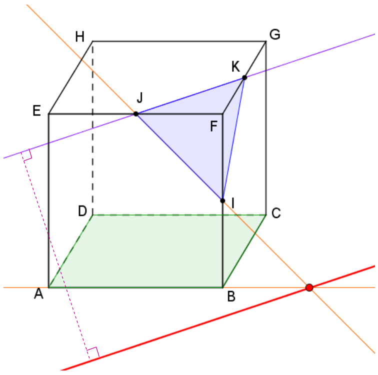


→ (IK) et (CG) sont <u>**coplanaires**</u> (dans (BCGF)) et sécantes.
Elles fournissent le 1er point d'intersection.

→ On prolonge le plan (AIK) en (AIKL).
(AL) et (HG) sont <u>**coplanaires**</u> (dans (ADHE)) et sécantes en H.
C'est le 2ème point d'intersection.

◆ Intersection de (IJK) et $(ABCD)$:

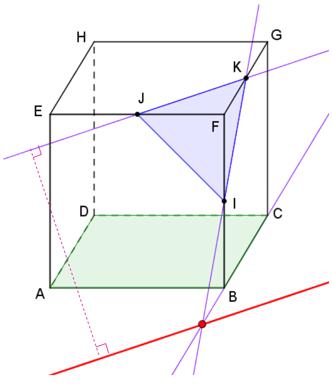
<u>1ère méthode</u>



→ (IJ) et (AB) sont <u>**coplanaires**</u> (dans (ABFE)) et sécantes.
Elles fournissent un point d'intersection.

→ Les plans (EFGH) et (ABCD) sont parallèles.
Ils sont donc coupés par (IJK) suivant deux droites parallèles.
La droite d'intersection est donc parallèle à (JK) et passe par le point d'intersection trouvé.

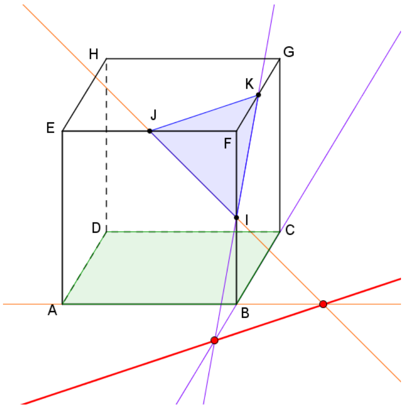
<u>2ème méthode</u>



→ (IK) et (BC) sont <u>**coplanaires**</u> (dans (BCGF)) et sécantes.
Elles fournissent un point d'intersection.

→ Les plans (EFGH) et (ABCD) sont parallèles.
Ils sont donc coupés par (IJK) suivant deux droites parallèles.
La droite d'intersection est donc parallèle à (JK) et passe par le point d'intersection trouvé.

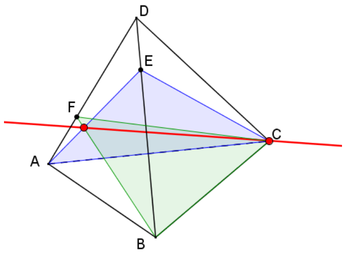
<u>3ème méthode</u>



→ (IJ) et (AB) sont <u>**coplanaires**</u> (dans (ABFE)) et sécantes.
Elles fournissent le 1er point d'intersection.

→ (IK) et (BC) sont <u>**coplanaires**</u> (dans (BCGF)) et sécantes.
Elles fournissent le 2ème point d'intersection.

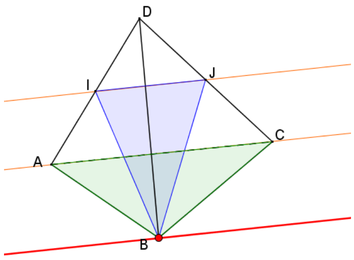
2.2. ***a)*** ◆ Intersection de (AIK) et $(CDHG)$:



→ (FC) et (EC) se coupent en C .
C'est le 1er point d'intersection.

→ (FB) et (AE) sont **coplanaires** (dans (ABD)) et sécantes.
Elles fournissent le 2ème point d'intersection.

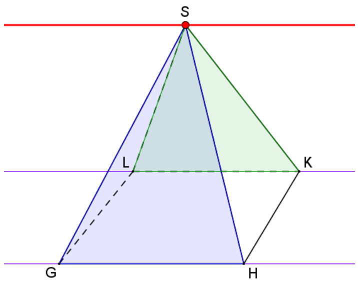
◆ Intersection de (IJK) et $(ABCD)$:



→ (IB) et (AB) se coupent en B .
C'est un point d'intersection.

→ Les deux plans possèdent deux droites parallèles (AC) et (IJ) car I et J sont les milieux de [AD] et [CD] .
D'après le théorème du toit, la droite d'intersection est parallèle à ces deux droites.

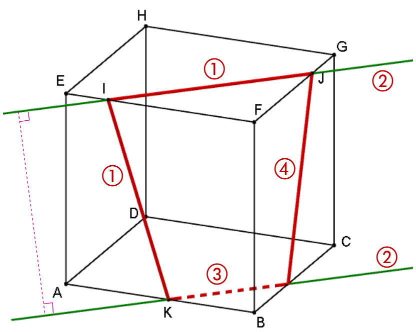
b) ◆ Intersection de (GHS) et (KLS) :



→ (GS) et (LS) se coupent en S .
C'est un point d'intersection.

→ Les deux plans possèdent deux droites parallèles (GH) et (LK) car GHKL est un carré.
D'après le théorème du toit, la droite d'intersection est parallèle à ces deux droites.

3. **3.1.** ◆

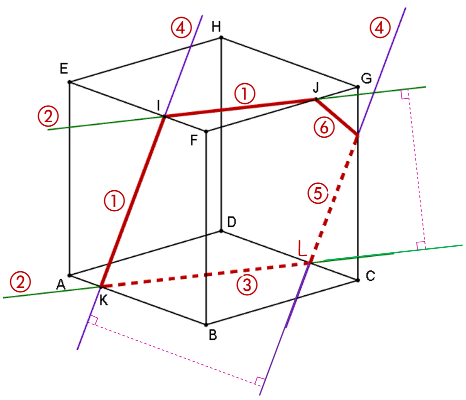


→ ① Je trace les deux segments [IJ] et [IK] qui sont dans une face.

→ La droite (IJ) est dans la face du haut (EFGH) .
La face du bas (ABCD) est parallèle et elle contient le point K .
Le plan coupe ces deux faces par des parallèles.
② Je trace la parallèle à (IJ) passant par K .

→ ③ Je repasse en rouge la trace laissée par la parallèle sur la face du dessous.
En pointillés car elle est cachée.

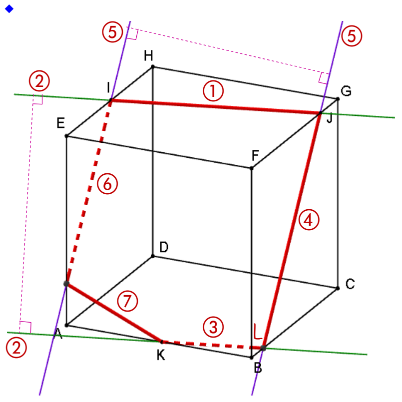
◆



→ ① ② ③ Comme dans l'exemple précédent.
Mais le segment tracé au ③ ne peut être relié à J .
Il faut donc recommencer avec deux parallèles.

→ La droite (IK) est dans la face (ABFE) .
La face parallèle (CDHG) contient maintenant le nouveau point L .
④ Je trace la parallèle à (IK) passant par le point trouvé L .

→ Je termine avec ⑤ et ⑥.

- 

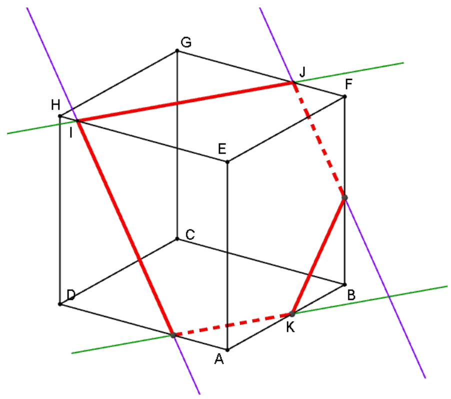
→ ① Un seul segment à tracer pour commencer, [IJ] .

→ La droite (IJ) est dans la face du haut (EFGH) .
La face du bas parallèle (ABCD) contient le point K .
② Je trace la parallèle à (IJ) passant par K .
③ Je repasse en pointillés rouges la trace laissée sur la face du dessous.

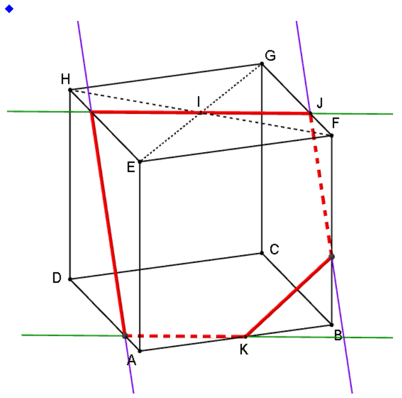
→ ④ Aussitôt, je trace le segment de la face BCGF .
Une bonne affaire !

→ En effet, je vois que les faces (BCGF) et (ADHE) sont parallèles.
⑤ Je trace la parallèle à (JL) passant par I .

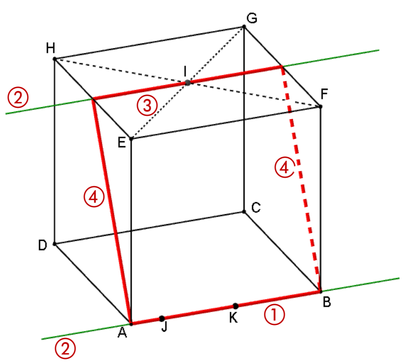
→ Je termine avec ⑥ et ⑦.

- 

→ Même principe que l'exemple précédent.

- 

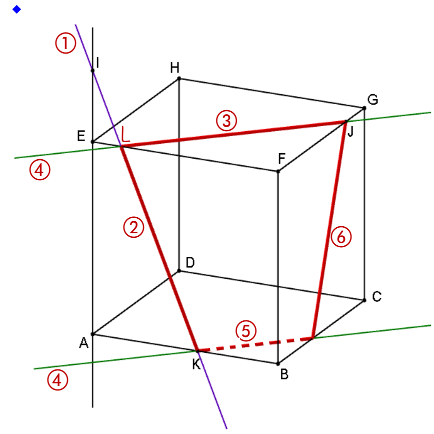
→ Même principe que l'exemple précédent.
Que I ne soit pas sur une arête ne change pas grand-chose.

- 

→ ① Je relie bien sûr J et K mais en allant jusqu'à A et à B .

→ Je vois que les faces (ABCD) et (EFGH) sont parallèles.
② Je trace la parallèle à (AB) passant par I .
③ Je repasse en rouge la trace laissée sur la face EFGH .

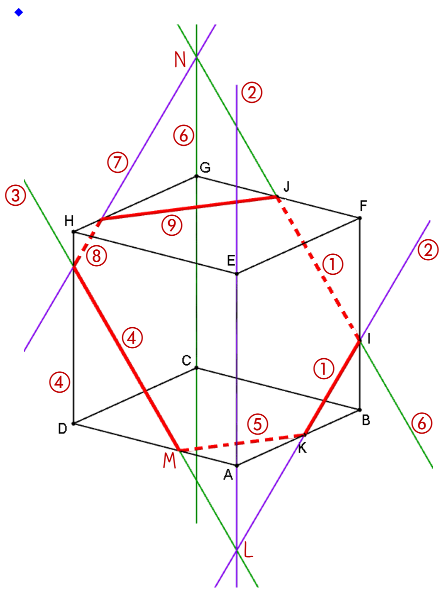
→ Je termine avec ④ et ④.



→ ① Je trace la droite (IK) .
② Je repasse en rouge la trace laissée sur la face ABFE .

→ ③ Je peux alors tracer le segment [LJ] .

→ ④ Je trace la parallèle à (LJ) passant par K .
Je termine avec ⑤ et ⑥.



→ ① Je trace les deux segments [IJ] et [IK] qui sont dans une face.

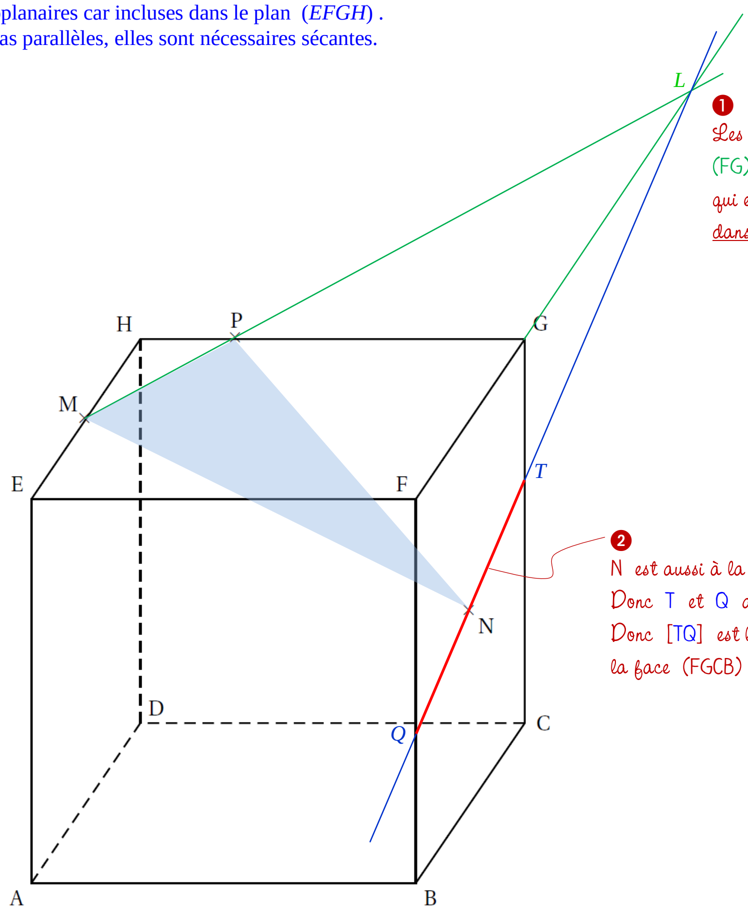
→ ② Je trace (IK) et (EA) qui sont sécantes dans le plan (ABFE) .
Elles se coupent en L qui est donc à la fois dans le plan de section (IJK) et dans le plan de la face AEHD .
Je vois que les faces (BCGF) et (AEHD) sont parallèles.
③ Je trace la parallèle à (IJ) passant par L .
④ Je repasse en rouge la trace laissée sur la face AEHD .

→ ⑤ Je peux alors tracer le segment [MK] .

→ ⑥ Je trace (IJ) et (CG) qui sont sécantes dans le plan (BCGF) .
Elles se coupent en N qui est donc à la fois dans le plan de section (IJK) et dans le plan de la face CDHG .
Je vois que les faces (ABFE) et (CDHG) sont parallèles.
⑦ Je trace la parallèle à (IK) passant par N .
⑧ Je repasse en rouge la trace laissée sur la face CDHG .

4. ***a)*** (MP) et (FG) sont coplanaires car incluses dans le plan $(EFGH)$.
Comme elles ne sont pas parallèles, elles sont nécessaires sécantes.

Sur l'annexe :

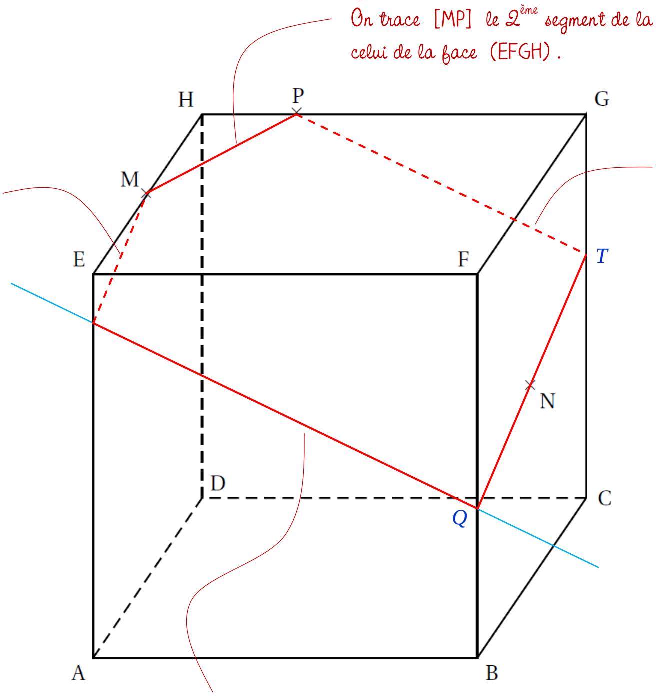


❶ Les droites **coplanaires** (MP) et (FG) de $(EFGH)$ se coupent en L qui est à la fois dans (MPN) et dans $(FGCB)$.

❷ N est aussi à la fois dans (MPN) et dans $(FGCB)$.
Donc T et Q aussi.
Donc $[TQ]$ est le 1^er segment de la section, celui de la face $(FGCB)$.

1^ère méthode pour continuer : utiliser les faces parallèles

❸ On trace $[MP]$ le 2^ème segment de la section, celui de la face $(EFGH)$.



❻ J'obtiens directement le 5^ème segment de la section, celui de la face $(ADHE)$.

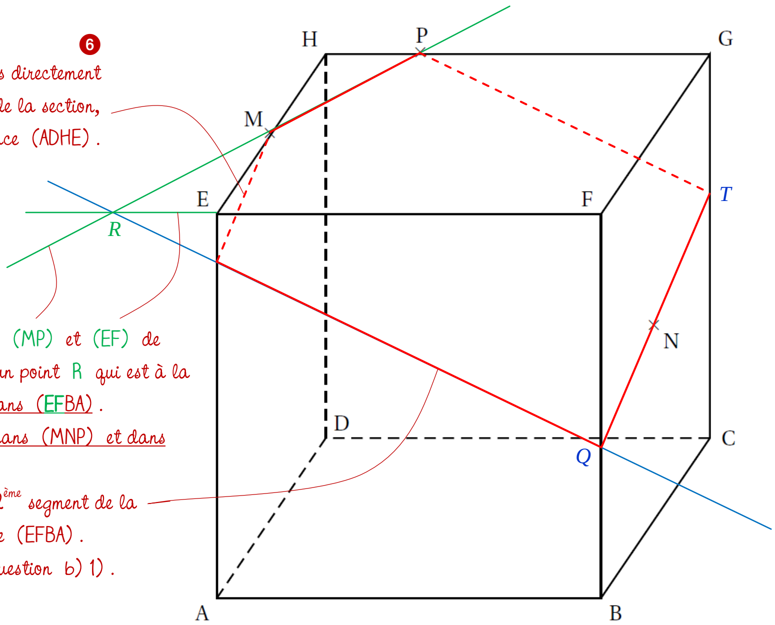
❹ J'obtiens directement le 3^ème segment de la section, celui de la face $(CDHG)$.

❺ (MNP) coupe les plans **parallèles** $(CDHG)$ et $(ABFE)$ suivant deux droites parallèles.
Je trace la parallèle à (PT) passant par Q qui donne le 4^ème segment de la section, celui de la face $(ABFE)$.
C'est la réponse à la question b) 1) .

Remarque : On pouvait inverser le ❺ par le ❻ en traçant d'abord la parallèle à (TQ) .

2^ème méthode pour continuer : après 3 et 4, utiliser des droites sécantes

6 J'obtiens directement le 5^ème segment de la section, celui de la face (ADHE).

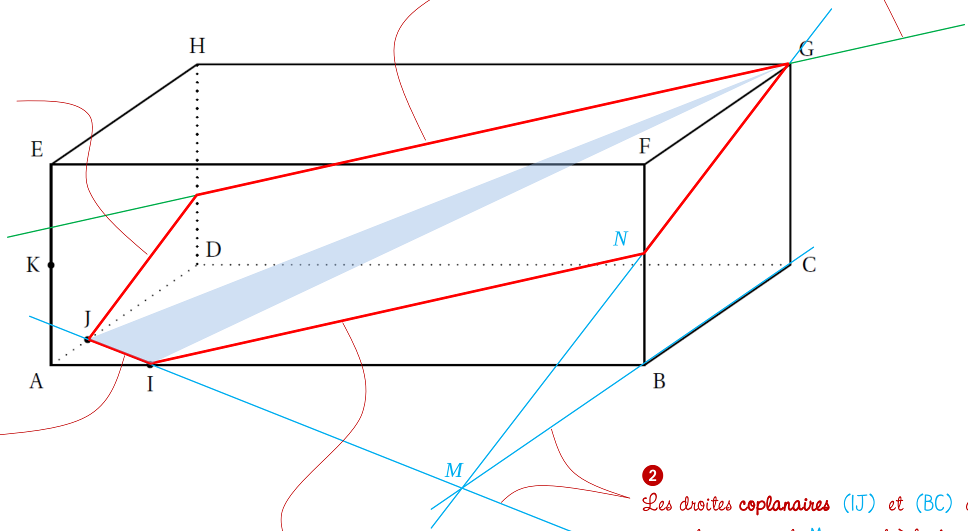


5 Les droites **coplanaires** (MP) et (EF) de (EFGH) se coupent en un point R qui est à la fois dans (MPN) et dans (EFBA).
Q est aussi à la fois dans (MNP) et dans (EFBA).
Donc (RQ) donne le 2^ème segment de la section, celui de la face (EFBA).
C'est la réponse à la question b) 1).

5.

4 (IJG) coupe les plans **parallèles** (ABFE) et (CDHG) suivant deux droites parallèles.
Je trace la parallèle à (IN) passant par G qui donne le 4^ème segment de la section, celui de la face (CDHG).

5 J'obtiens directement le 5^ème segment de la section, celui de la face (ADHE).

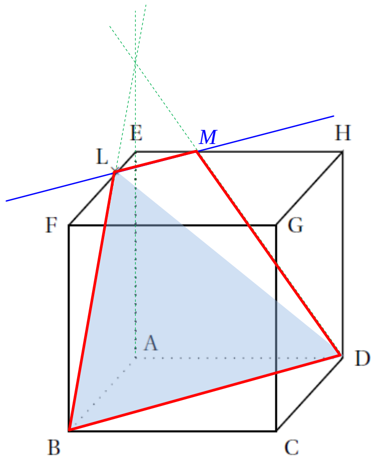


1 Je trace [IJ] le 1^er segment de la section, celui de la face (ABCD).

2 Les droites **coplanaires** (IJ) et (BC) de (ABCD) se coupent en un point M qui est à la fois dans (IJG) et dans (BCGF).
G est aussi à la fois dans (IJG) et dans (BCGF).
Donc (MG) donne le 2^ème segment de la section, celui de la face (BCGF).

3 J'obtiens directement le 3^ème segment de la section, celui de la face (ABFE).

6.



(BDL) coupe les plans parallèles $(ABCD)$ et $(EFGH)$ suivant deux droites parallèles.
La parallèle à (BD) passant par L coupe (EH) en un point M.
$[LM]$ est un segment de la section, celui de la face $(EFGH)$.
Or $[BD]$, $[BL]$ et $[LD]$ sont aussi des segments de la sections, ceux des faces $(ABCD)$, $(ABFE)$ et $(ADHE)$.
La section du cube est donc un quadrilatère.

La proposition est fausse.

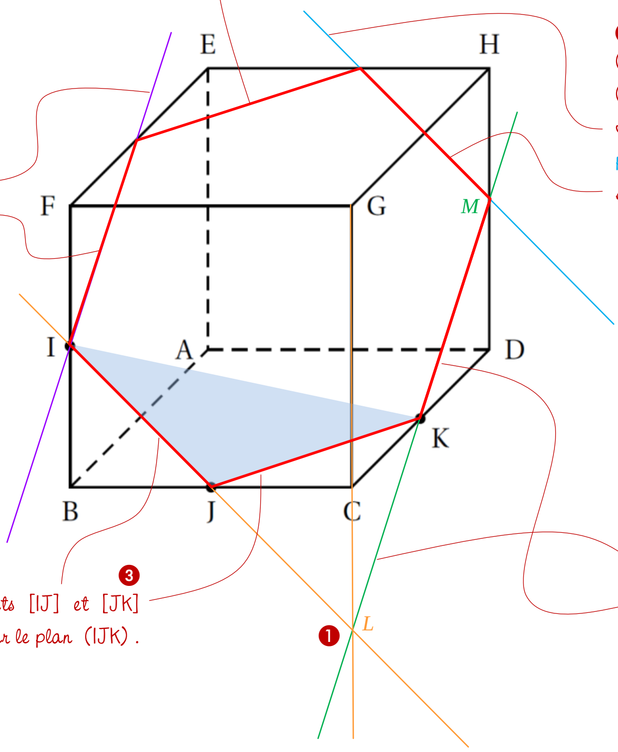
Remarque : On pouvait aussi trouver M en reliant D et le point d'intersection de (BL) et (AE).

7.

6 Je n'oublie pas de fermer ma section avec le dernier segment.

5 (IJK) coupe les plans **parallèles** (CDHG) et (ABFE) suivant deux droites parallèles. Je trace la parallèle à (KM) passant par I qui donne le $5^{ème}$ segment de la section, celui de la face (ABFE).

4 (IJK) coupe les plans **parallèles** (BCGF) et (ADHE) suivant deux droites parallèles. Je trace la parallèle à (IJ) passant par M qui donne le $4^{ème}$ segment de la section, celui de la face (ADHE).

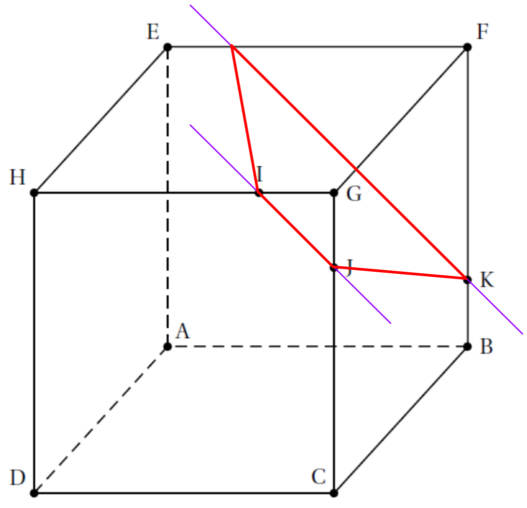


2 Les droites **coplanaires** (IJ) et (GC) de (ABCD) se coupent en L qui est à la fois dans (IJK) et dans (GCDH). K est aussi à la fois dans (IJK) et dans (GCDH). Donc (LK) donne le 1^{er} segment de la section, celui de la face (GCDH), demandé par l'énoncé.

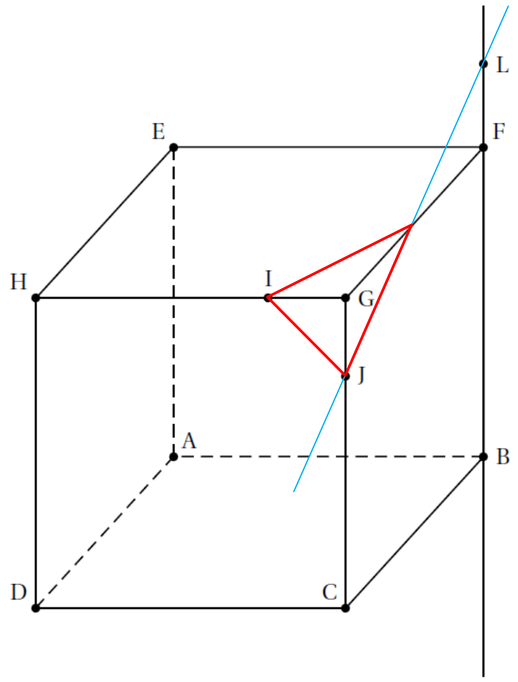
3 Les $2^{ème}$ et $3^{ème}$ segments [IJ] et [JK] de la section sont directement donnés par le plan (IJK).

1

8. ***a)***



b)

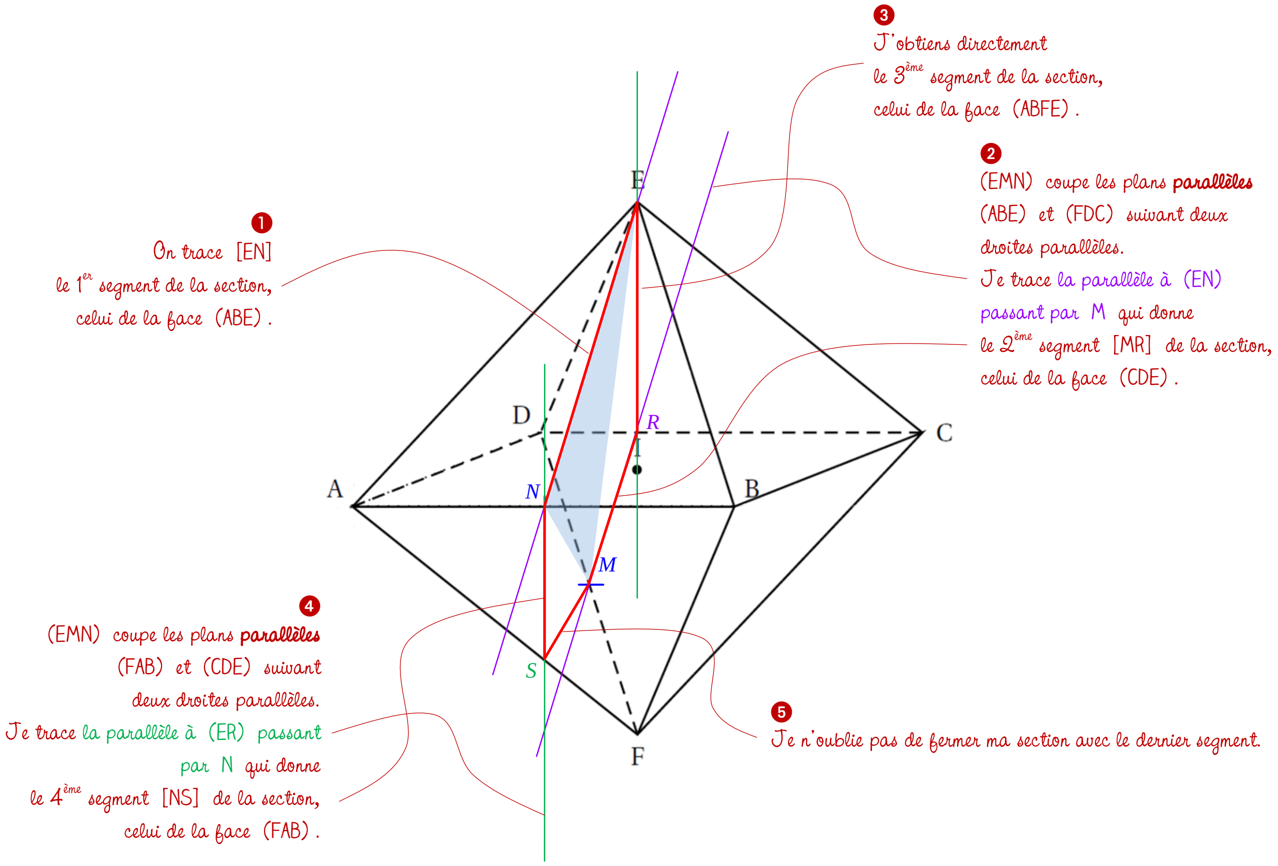


c) Posons K le point tel que $\overrightarrow{GK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{GF}$.

On a $IG = \frac{1}{4}GH$, $GJ = \frac{1}{4}GC$ et $GK = \frac{1}{4}GF$.

De plus, les arêtes $[GH]$, $[GC]$ et $[GF]$ du cube sont isométriques.
Donc $IG = GJ = GK$.
On en déduit que les triangles rectangles GIJ, GIK et GJK sont superposables.
Les hypoténuses IJ, IK et JK sont isométriques
et donc IJK est équilatéral.
Il suffit alors de poser P comme étant le point d'intersection de (IK) et (BF).

9.


❸
J'obtiens directement
le 3ème segment de la section,
celui de la face (ABFE) .
❷
(EMN) coupe les plans parallèles
(ABE) et (FDC) suivant deux
droites parallèles.
Je trace la parallèle à (EN)
passant par M qui donne
le 2ème segment [MR] de la section,
celui de la face (CDE) .
❶
On trace [EN]
le 1er segment de la section,
celui de la face (ABE) .
❹
(EMN) coupe les plans parallèles
(FAB) et (CDE) suivant
deux droites parallèles.
Je trace la parallèle à (ER) passant
par N qui donne
le 4ème segment [NS] de la section,
celui de la face (FAB) .
❺
Je n'oublie pas de fermer ma section avec le dernier segment.
E
D
R
I
C
A
N
B
M
S
F