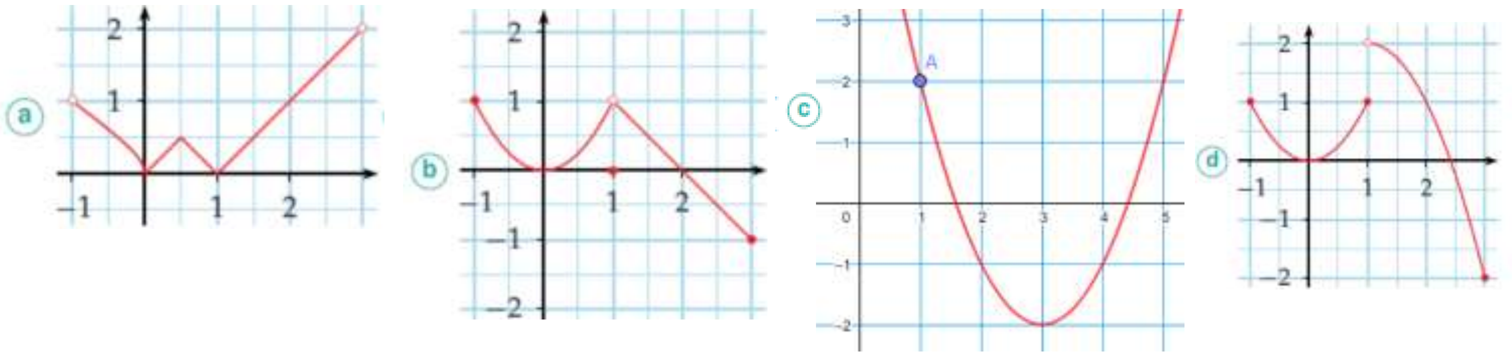
Nom : Prénom : Classe : $1^{ère}$	**INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES Nº5- modèle**	
Thème : conintuité		***calculatrice autorisée_temps ?***
OBJECTIFS ÉVALUÉS		
Savoir démontrer la continuité d'une fonction.		
Étudier les solutions d'une équation du type f(x) = k : existence, unicité, encadrement.		
Pour une fonction continue f d'un intervalle dans lui-même, étudier une suite définie par une relation de récurrence un+1 = f(un).		

EXERCICE 1 :

1. **a.** Parmi les 4 courbes ci-dessous, quelles sont celles qui représentent des fonctions continues en 1 ?



……

b. Parmi les 4 courbes ci-dessus, quelles sont celles qui représentent des fonctions dérivables en 1

2. Soit la fonction f définie sur R par : $\begin{cases} f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x-1}}, x < 1 \\ f(x) = x - 1 \, , x \geq 1 \end{cases}$

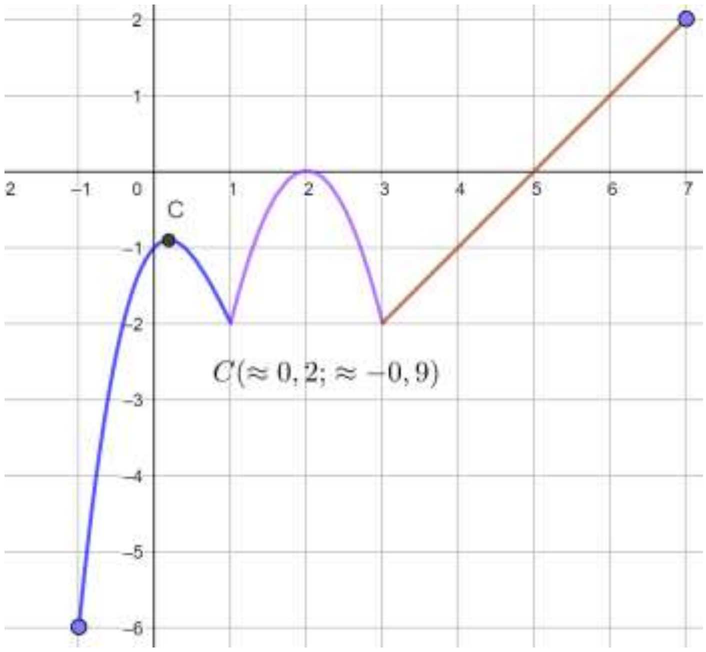
   a. Montrer que la fonction f est continue sur R.

b. La fonction f est-elle dérivable en 1 ?

3. On donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur I=[-1 ;7].

a. Justifier par des arguments graphiques la continuité de f sur I.

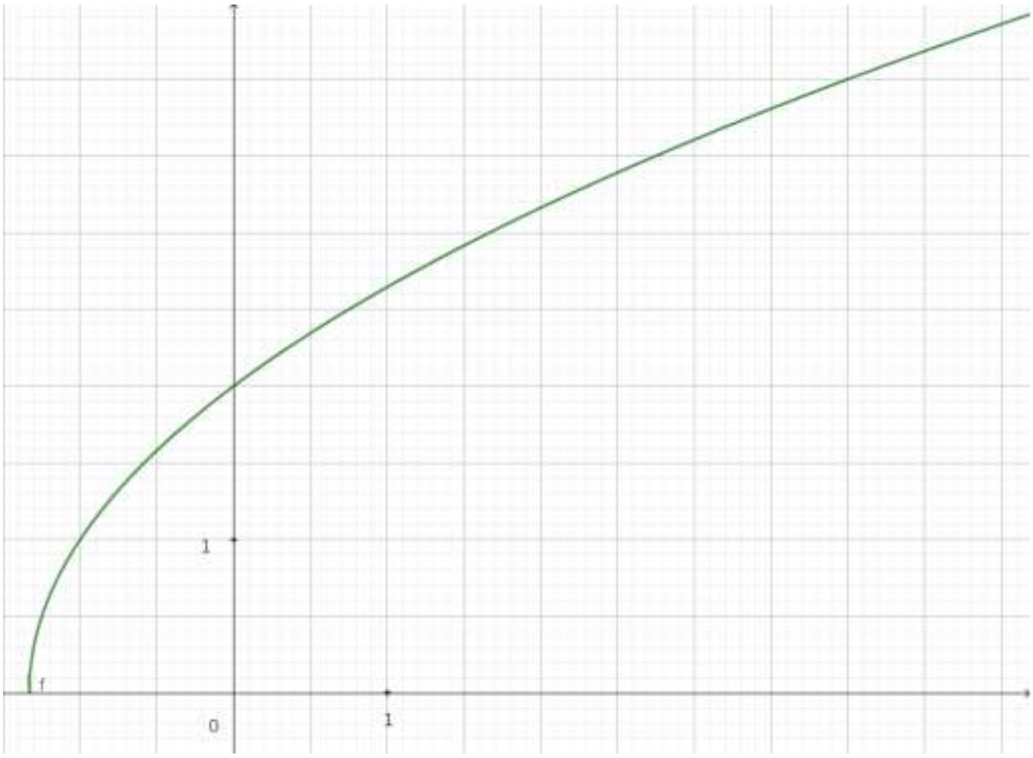
b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$, selon les valeurs du réel k.



EXERCICE 2 :

Soit (un) la suite définie par :$u_0 = -0{,}5$ et pour tout entier naturel n :$u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$

1. On a tracé la représentation graphique de la fonction $f: x \mapsto \sqrt{3x+4}$ ci-après. Construire **graphiquement** les 4 premiers termes de la suite sur l'axe des abscisses du graphique. On laissera les traits de construction.



2.

a. Montrer par récurrence que la suite (u_n) est croissante, minorée par -1 et majorée par 5.

b. Montrer que la suite (un) est convergente et déterminer par **le calcul** sa limite.

EXERCICE 3 :

Le but de cet exercice est de trouver la ou les solutions sur $[0;+\infty[$ de l'équation $e^x = x + 2$.

1. Soit $g : x \mapsto e^x - x - 2$
   a. Justifier que $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

   b. Dresser le tableau de variations de g sur $[0;+\infty[$.

   c. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0;+\infty[$.

   d. Donner un encadrement au centième de α.

2. Répondre à la phrase d'introduction de cet exercice.