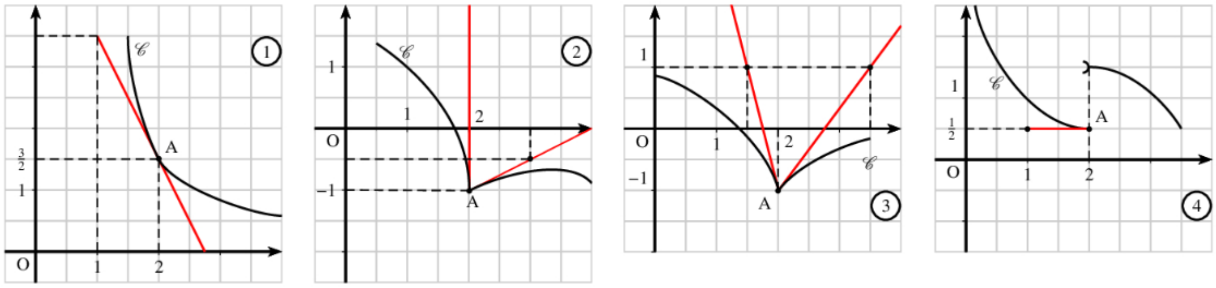
Interrogation écrite n°8

Exercice 1

1. **a.** Parmi les 4 courbes ci-dessous, quelles sont celles représentant des fonctions continues en 2 ?



b. Parmi les 4 courbes ci-dessus, quelles sont celles représentant des fonctions dérivables en 2 ?

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} 2x\mathrm{e}^{\frac{1}{x-2}} + 5 & \text{pour } x < 2 \\ 5 & \text{pour } x \geqslant 2 \end{cases}$

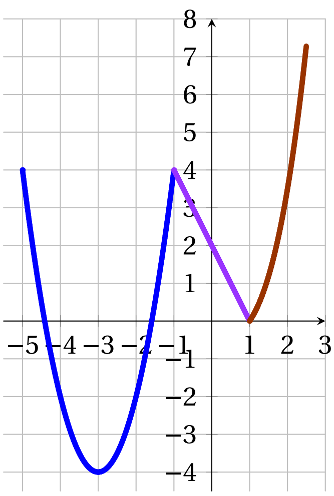
   a. Montrer que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$.

   b. La fonction f est-elle dérivable en 2 ?

3. On donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur I=$[-5;2,5]$.

   a. Justifier par des arguments graphiques la continuité de f sur I.

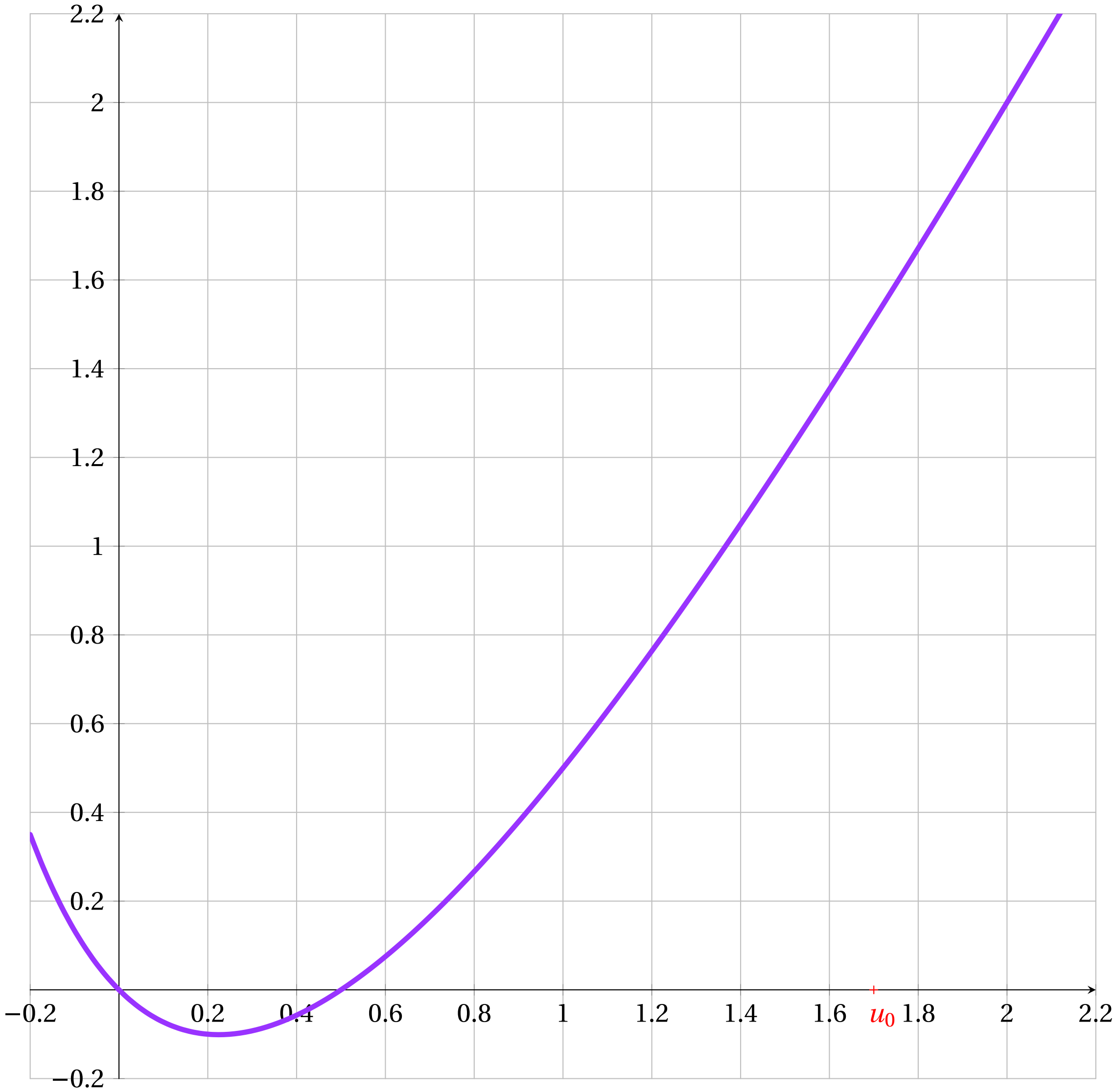
   b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$ selon les valeurs du réel k.



Exercice 2

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 1,7$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = \dfrac{2u_n^2+1}{u_n+1} - 1$.
On admet que cette suite est convergente, majorée par u_0 et minorée par $-0,2$.

1. Ci-dessous, on a tracé la représentation graphique de la fonction $f : x \to \dfrac{2x^2+1}{x+1} - 1$.
Construire graphiquement les 4 premiers termes de la suite sur l'axe des abscisses du graphique.
On laissera les traits de construction.



2. Déterminer par le calcul la limite de la suite (u_n).

.

Exercice 3

Le but de cet exercice est de trouver la ou les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3+3x-5=0$.
Soit $g : x \to x^3+3x-5$.

1. Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$
2. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
3. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
4. Donner une valeur approchée au centième de α.