∽ Interrogation écrite n°5 ∾

Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse ou si on ne peut pas répondre. Vous justifierez votre réponse.

1. Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < 1$ et $u_{n+1} > u_n$ alors la suite (u_n) converge.
2. Soit la suite $(v_n)_{\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = -2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^n$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$.
3. Soit $(w_n)_{\in\mathbb{N}}$ suite bornée. On peut dire que $(w_n)_{\in\mathbb{N}}$ est bornée **donc** $(w_n)_{\in\mathbb{N}}$ ne diverge ni vers $+\infty$ ni vers $-\infty$ lorsque n tend vers $+\infty$ **donc** $(w_n)_{\in\mathbb{N}}$ converge vers une limite finie lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 2

Déterminer la limite des 2 suites ci-dessous lorsque n tend vers $+\infty$:

1. $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n = \frac{2}{n^3}\left(5n^2 - 4n\right)$
2. $\forall n \in \mathbb{N}^* : w_n = \dfrac{5 - \sqrt{n}}{-\frac{2}{n^2}}$

Exercice 3

Déterminer la limite des deux suites ci-dessous lorsque n tend vers $+\infty$ en énonçant la propriété utilisée :

1. $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n = \dfrac{(-1)^n + 2}{n^2} - 8$
2. $\forall n \in \mathbb{N} : v_n \leqslant 4 - n^3$

Exercice 4

Soit (w_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $w_0 = 11$ et $w_{n+1} = f(w_n)$ où $f : x \to \sqrt{x+5}$.

1. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $w_n \geqslant w_{n+1} \geqslant 2$.
2. En déduire que la suite (w_n) converge vers un réel ℓ.
3. On admet que $\ell = f(\ell)$, déterminer la limite de la suite (w_n).