

Nom :	<b>INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES N°1_ partie 2</b> <b>MODÈLE</b>	/					
Prénom :							
Classe : 1 <sup>ère</sup>							
<b>Thème : dérivation et convexité</b>		<i>calculatrice autorisée</i>					
<b>OBJECTIFS ÉVALUÉS</b>							
MI : Maîtrise Insuffisante ; MF : Maitrise Fragile ; MS : Maîtrise Satisfaisante ; MTB : Très Bonne Maîtrise				MI	MF	MS	MTB
Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes, la croissance de $f'$ , la positivité de $f''$ . <b>(ex1)</b>							
Calculer la dérivée d'une fonction donnée par une formule simple mettant en jeu opérations algébriques et composition. <b>(ex4)</b>							
Démontrer des inégalités en utilisant la convexité d'une fonction. <b>(ex4)</b>							
Esquisser l'allure de la courbe représentative d'une fonction $f$ à partir de la donnée de tableaux de variations de $f$ , de $f'$ ou de $f''$ . <b>(ex3)</b>							
Lire sur une représentation graphique de $f$ , de $f'$ ou de $f''$ les intervalles où $f$ est convexe, concave, et les points d'inflexion. Dans le cadre de la résolution de problème, étudier et utiliser la convexité d'une fonction. <b>(ex.2 et 3)</b>							

### EXERCICE 1 :

Cocher la bonne réponse.

1. Si une fonction est convexe sur un intervalle sur  $I$ , sa courbe représentative est située au-dessus de ses tangentes.

VRAI       FAUX

2. Si une fonction est concave sur un intervalle  $I$ , sa courbe représentative est située en-dessous de tous les segments dont les extrémités appartiennent à la courbe représentative de la fonction et dont les abscisses appartiennent à  $I$ .

VRAI       FAUX

3. Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions telles que  $f$  est concave sur  $I$  et  $g$  est convexe sur le même intervalle  $I$ , alors  $f - g$  est une fonction concave sur  $I$ .

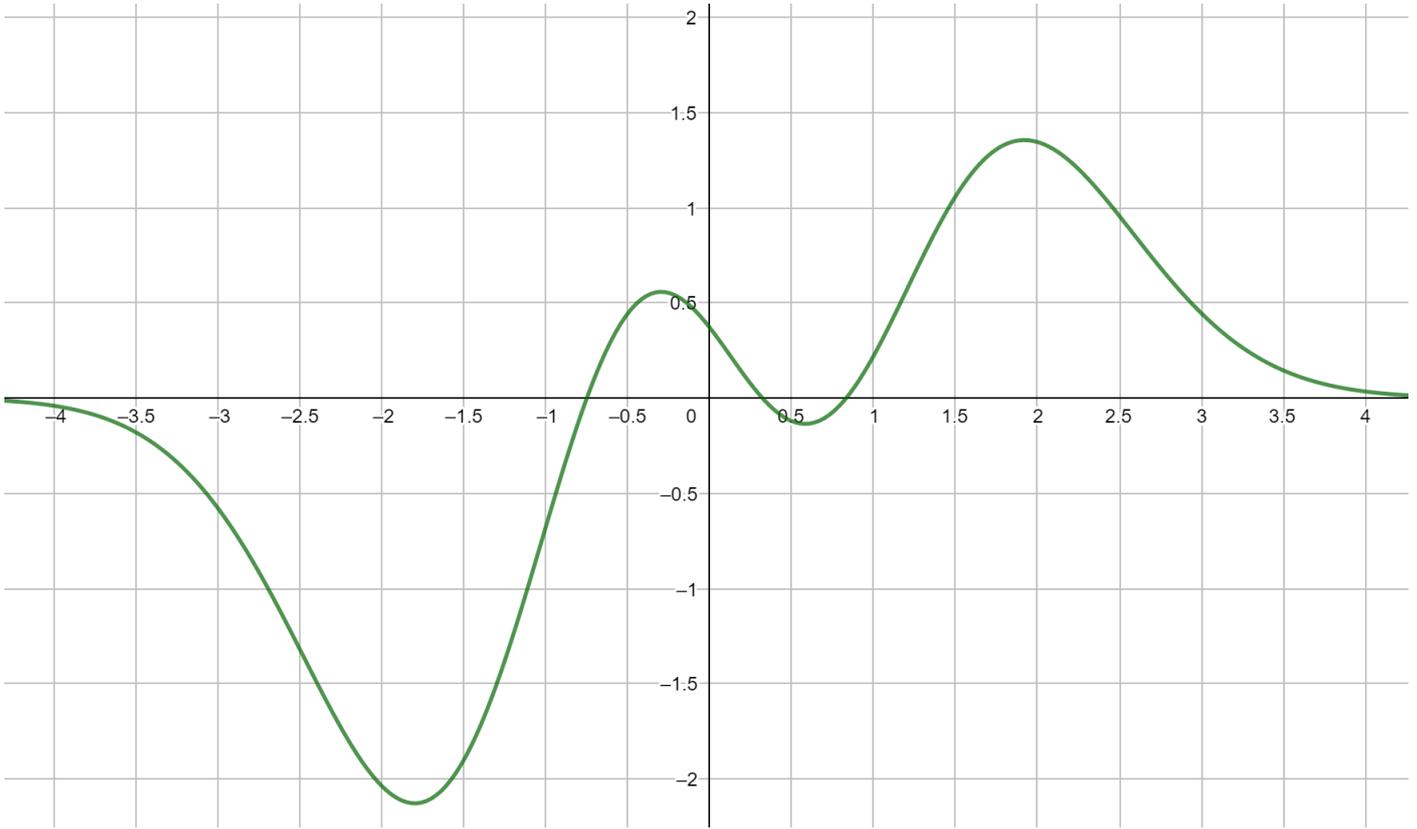
VRAI       FAUX

4. La courbe  $C_f$  admet un point d'inflexion sur l'intervalle  $I$ , si et seulement si l'équation  $f''(x) = 0$  admet une solution sur  $I$ .

VRAI       FAUX

### EXERCICE 2 :

1. Placer approximativement les points d'inflexion sur la courbe, et repasser en bleu les parties de la courbe où la fonction est convexe et en vert celles où elle est concave.



2. Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur l'intervalle  $[0 ; 10]$ . Ci-dessous le tableau de variation de sa dérivée seconde. En déduire la convexité de la fonction  $f$  en détaillant votre raisonnement.

$x$	0	3	5	10
Sens de variation de $f''$	5	0	-4	-2

**EXERCICE 3 :**

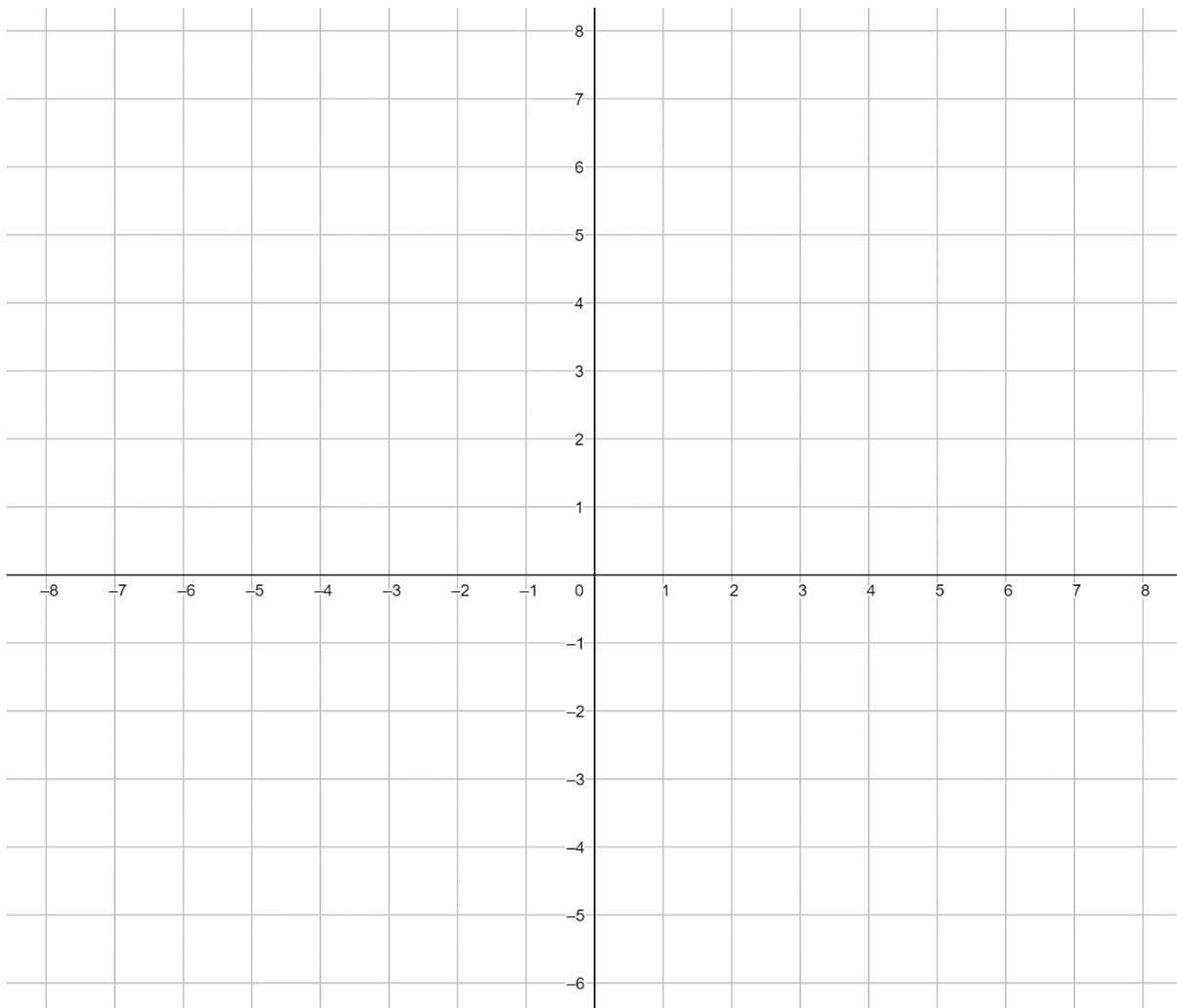
Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur l'intervalle  $[-6 ; 5]$  dont on connaît le tableau de variations de la fonction dérivée  $f'$ .

$x$	-6	-2	1	2	5
$f'$	4	0	2	0	-2

1. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $[-6 ; 5]$ .

2. Déterminer la convexité de la fonction  $f$ .

3. Tracer dans un repère, une allure de la courbe représentative de la fonction  $f$  ainsi que les tangentes horizontales.



**EXERCICE 4**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = (1 + x - x^2)e^{-2x}$ .

1. Montrer que  $g''(x) = 2e^{-2x}(-2x^2 + 6x - 1)$ .

**2.** Étudier la convexité de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

**3.** En déduire le nombre de point(s) d'inflexion de la courbe représentative de la fonction  $g$ . On donnera les coordonnées de ce(s) point(s) d'inflexion.

**4.a.** Montrer que l'équation de la tangente  $T_0$  à  $C_g$  en 0 a pour équation  $y = -x + 1$ .

**b.** En déduire que pour tout  $x \in ]-\infty; \frac{3}{20}]; (1 + x - x^2)e^{-2x} \leq -x + 1$ .