

∞ Interrogation écrite n°2 ∞

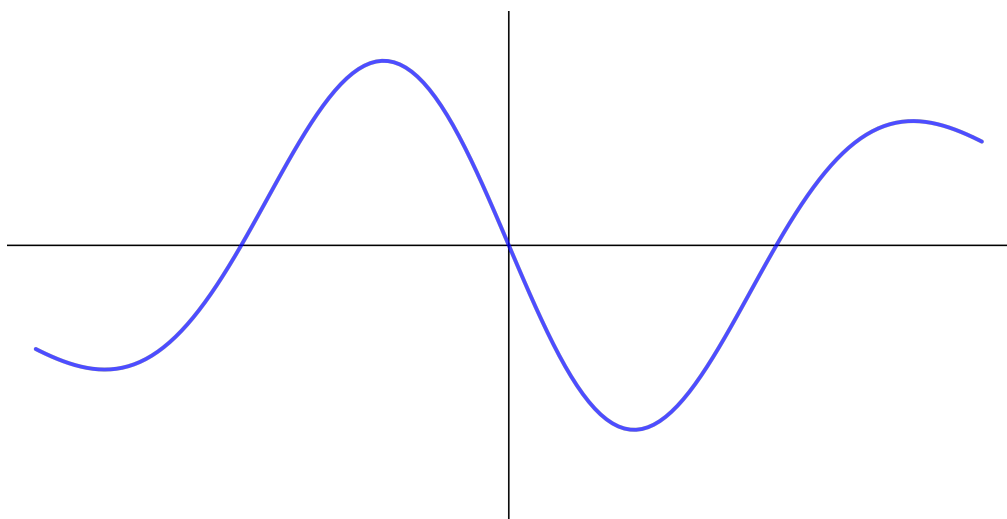
Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse sans justifier.

1. Si une fonction est convexe sur un intervalle I , sa courbe représentative est située en-dessous de ses tangentes.
2. Si une fonction est convexe sur un intervalle I , sa courbe représentative est située en-dessous de tous les segments dont les extrémités appartiennent à la courbe représentative de la fonction et dont les abscisses appartiennent à I .
3. Soient f et g deux fonctions telles que f est concave sur I et g est concave sur le même intervalle I , alors $f - g$ est une fonction concave sur I .
4. La courbe C_f admet un point d'inflexion sur un intervalle I ouvert, si et seulement si la fonction f' admet un extremum sur I .

Exercice 2

1. Placer approximativement les points d'inflexion sur la courbe, et repasser en rouge les parties de la courbe où la fonction est convexe et en vert celles où elle est concave.



2. Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 4]$. Ci-dessous le tableau de variation de sa dérivée seconde. Étudier la convexité de la fonction f en détaillant votre raisonnement.

x	-4	1	2	4
Variations de f''		3	0	-2
	1			

Exercice 3

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-5 ; 10]$. On a de plus le tableau de variation suivant :

x	-5	-2	0	2	10
Variations de f'		0		0	5
	-3		-5		

1. Dresser le tableau de variations de f sur $[-5 ; 10]$.
2. Déterminer la convexité de la fonction f sur $[-5 ; 10]$.

Exercice 4

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = (2 - 2x^2)e^{-0,5x}$.

1. Montrer que $g''(x) = \frac{1}{2}e^{-0,5x}(1 - x)(x - 7)$.
2. Étudier la convexité de la fonction g sur \mathbb{R} .
3. En déduire le nombre de point(s) d'inflexion de la courbe représentative de la fonction g . On donnera les coordonnées exactes de ce(s) point(s) d'inflexion.
4.
 - a. Montrer que l'équation de la tangente T_0 à C_g en 0 a pour équation $y = -x + 2$.
 - b. En déduire que pour tout $x \in]-\infty ; 1[$, on a $-x + 2 \geq (2 - 2x^2)e^{-0,5x}$.

Question bonus : question supplémentaire à l'exercice 3

Tracer dans un repère, une allure de la courbe représentative de la fonction f ainsi que les tangentes horizontales.

