

Nom :	INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES N°12_ entraînement	
Prénom :		
Classe : Term.		
Thème : fonctions sinus et cosinus		<i>calculatrice autorisé</i>
OBJECTIFS ÉVALUÉS		
1. Résoudre une équation du type $\cos(x) = a$, une inéquation de la forme $\cos(x) \leq a$ sur $[-\pi, \pi]$.		
2. Dans le cadre de la résolution de problème, notamment géométrique, étudier une fonction simple définie à partir de fonctions trigonométriques, pour déterminer des variations, un optimum. → dans la cadre de cet objectif, savoir notamment dériver des fonctions trigonométriques		

EXERCICE 1 : objectif 2

1. Dériver la fonction $g(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2\cos(2x) - 1$.

a. Montrer que la fonction est π -périodique.

b. Étudier la parité de la fonction f .

c. En déduire qu'il est possible de restreindre l'étude de f à $[0; \frac{\pi}{2}]$.

d. Étudier le signe de $f'(x)$ sur cet intervalle et en déduire le tableau de variations de f sur $[-\pi; \pi]$

EXERCICE 2 : objectif 1

1. Résoudre sur \mathbb{R} puis sur $] -\pi; \pi]$ les équations :

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

b) $\sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Résoudre sur $[0; 2\pi[$ les inéquations :

a) $\cos(x - \pi) > \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $-2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 1$

c) Résoudre sur $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}[$ l'inéquation $\cos(3x) \leq \frac{1}{2}$

EXERCICE 3: OBJECTIF 2

$[BC]$ est un segment de longueur 1cm et le 1^{er} cercle a pour centre B et rayon 1cm ; le 2^{ème} cercle a pour centre C et pour rayon 1 cm. A est un point du 1^{er} cercle et ABCD est un trapèze isocèle tel que $AB=BC=CD=1$ cm.

On note θ la mesure en radian de l'angle \widehat{BAD} .

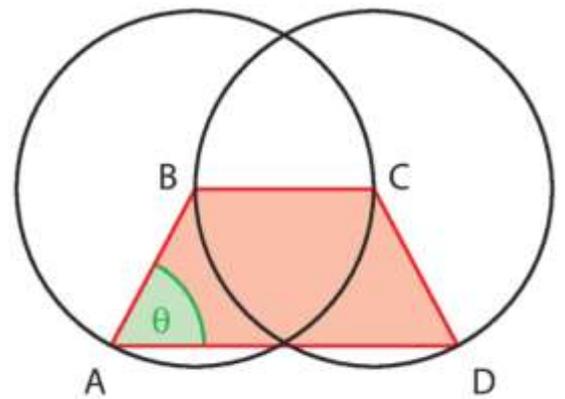
Quelle doit être la valeur de cet angle afin que l'aire de ABCD soit maximale ?

→ Modéliser l'aire de ABCD par une fonction f dont

Vous montrerez que l'expression est :

$$f(x) = (1 + \cos x) \sin x \text{ avec } x \text{ la mesure de l'angle.}$$

→ Dresser le tableau de variation de f sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ et en déduire une réponse au problème posé.



EXERCICE BONUS :

Résoudre l'équation $2 \cos^2(x) - \cos(x) - 1 = 0$