Nom : Prénom : Classe : Term. …..	**INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES Nº11_ entraînement _ corrigé**	
Thème : Dénombrement		***calculatrice autoriseé***

<u>EXERCICE 1</u> : objectif 1

On note M la spécialité Mathématiques, SP : Sciences physiques et SVT la spécialité associée.

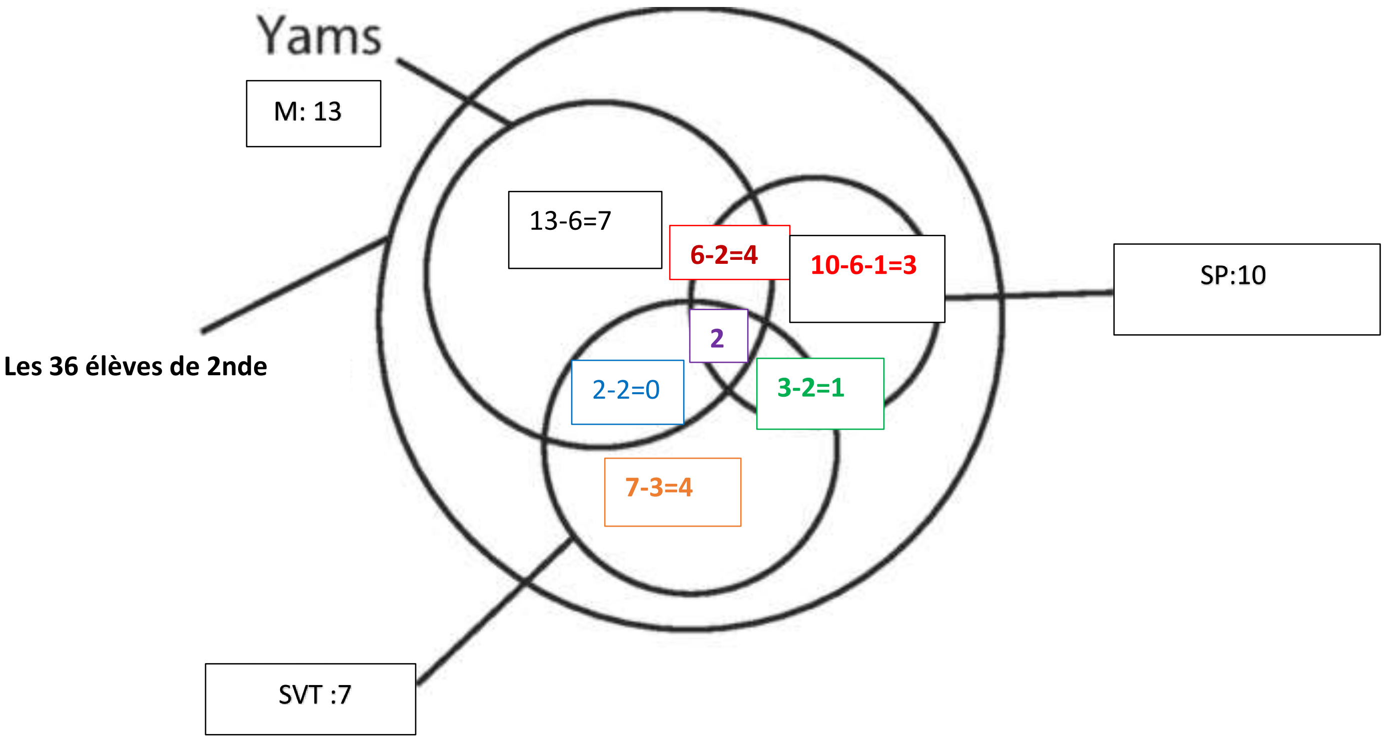
Les 36 élèves d'une classe de seconde choisissent leurs spécialités de première : 13 ont choisi M, 10 SP et 7 SVT.

Par ailleurs, 6 ont choisi M et SP, 2 M et SVT et 3 SP et SVT.

Enfin 2 ont pris ces 3 spécialités.

Combien d'élèves n'ont pris aucune de ces 3 spécialités ?

➔ **Vous pourrez vous aider d'un diagramme de Venn comme ci-dessous :**



Solution :

Nombre d'élèves n'ayant pris aucune de ces deux spécialités : $36-13-3-1-4=\mathbf{15}$

EXERCICE 2 : objectif 1

Une usine fabrique des skis de piste. Sur les 1 000 paires de skis fabriquées, 150 présentent un défaut de carre et 40 présentent un défaut de fixation. De plus, le sérieux de l'usine montre qu'en général 820 paires n'ont aucun des deux défauts.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Défaut de carre	Pas de défaut de carre	Total
Défaut de fixation			
Pas de défaut de fixation			
Total			

2. En déduire le nombre de paires de skis qui ne présentent qu'un seul et unique défaut.
3. En déduire le nombre de paires de skis présentant les deux défauts.

Solutions :

1.

	Défaut de carre	Pas de défaut de carre	Total
Défaut de fixation	10	30	40
Pas de défaut de fixation	140	820	960
Total	150	850	1 000

2. Il y en a 140 + 30 = 170.

3. Il y en a 10.

EXERCICE 3 : Objectif 3

1. Simplifier l'écriture suivante : $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$
2. Calculer « à la main » $\binom{6}{4}$ en écrivant les calculs.
3. En vous servant de $\binom{10}{6} = 210 \ \ et \ \ \binom{11}{7} = 330$ en déduire $\binom{10}{7}$.
4. Démontrer que $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$

Solutions :

1. $\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n+2)(n+1)n\times(n-1)!}{(n-1)!} = \boldsymbol{(n+2)(n+1)n}$
2. $\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\times 2!} = \frac{6\times5\times4!}{4!\times2} = \frac{6\times5}{2} = \mathbf{15}$
3. Propriété (relation de Pascal) : $\binom{10}{6} + \binom{10}{7} = \binom{11}{7}$

   On alors $\binom{\mathbf{10}}{\mathbf{7}} = \mathbf{330 - 210 = 120}$
4.

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!\,\big(n-(k+1)\big)!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!\,(n-k-1)!}$$

$$= \frac{n! \times (k+1)}{k! \times (k+1) \times (n-k)!} + \frac{n! \times (n-k)}{(k+1)!\,(n-k-1)! \times (n-k)} = \frac{n! \times (k+1)}{(k+1)! \times (n-k)!} + \frac{n! \times (n-k)}{(k+1)!\,(n-k)!}$$

$$= \frac{n!\,(k+1+n-k)}{(k+1)!\,(n-k)!} = \frac{n!\,(n+1)}{(k+1)!\,(n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(k+1)!\,(n-k)!} = \binom{n+1}{k+1}$$

EXERCICE 4 : Objectif 2

À l'entrée de son immeuble, Sarah, 18 ans, doit insérer un code contenant 4 chiffres et 2 lettres afin de pouvoir entrer.

1. Combien de codes peut-elle créer ?
2. Elle souhaite modifier son code de sorte que sur la partie nombre, celui-ci commence par le chiffre des dizaines de son âge et se termine par le chiffre des unités de son âge, et les 2 lettres sont exclusivement choisies parmi les lettres différentes de son prénom sans qu'il y ait de répétition. Combien de codes peut-elle ainsi créer.
3. Si maintenant elle décide que les chiffres de son âge peuvent apparaître dans n'importe quelle position, que les autres chiffres sont différents de ces deux-là et que les lettres de son prénom peuvent être répétées, combien de codes pourra-t-elle alors créer ?

Solutions :

1.

1er chiffre	2ème chiffre	3ème chiffre	4ème chiffre	1ère lettre	2ème lettre

$\mathbf{10} \times \mathbf{10} \times \mathbf{10} \times \mathbf{10} \times \mathbf{26} \times \mathbf{26}$

Sarah pourra donc créer $10^4 \times 26^2 = \mathbf{6\ 760\ 000}$ **codes.**

2.

1er chiffre = 1	2ème chiffre	3ème chiffre	4ème chiffre=8	1ère lettre : Une des lettres S, A, R ou H	2ème lettre Une des 3 lettres restantes

$\mathbf{1} \times \mathbf{10} \times \mathbf{10} \times \mathbf{1} \times \mathbf{4} \times \mathbf{3}$

Sarah pourra donc créer : $10^2 \times 4 \times 3 = \mathbf{1\ 200}$ **codes.**

3. Positions possibles pour le 1 : 4
Positions possibles pour le 8 : 3
Possibilités pour les 2 autres cases vides contenant les 2 autres chiffres différents de 1 et de 8: 8$\times$ 8
Possibilités pour la 1ère lettre : 4
Possibilités pour la 2ème lettre : 4
Sarah pourra donc créer : $\mathbf{4 \times 3 \times 8^2 \times 4^2 = 12\ 288}$ **codes**

EXERCICE 5 : Objectif 2

Quatre amis décident de jouer aux cartes avec un paquet de 40 cartes réparties en 4 couleurs (Pique, Trèfle, Carreau, Cœur). Pour chaque couleur, il y a 10 valeurs différentes (7 cartes de 1(as) à 7, un Valet, une Dame et un Roi).

Un joueur tire simultanément 6 cartes.

1. Quel est le nombre de mains de 6 cartes ?
2. Quel est le nombre de mains de 6 cartes contenant exactement 2 couleurs différentes, avec 2 cartes d'une couleur et les 4 autres d'une autre couleur ?
3. Quel est le nombre de mains de 6 cartes contenant exactement 3 figures noires (Pique et/ou Trèfle parmi les Rois, Dames, Valets) et les 3 autres cartes d'une même couleur (cœur ou carreau) mais n'étant pas des figures ?
4. Quel est le nombre de mains de 6 cartes contenant exactement 1 As et trois cœurs ?

Solutions :

1. Nombre de mains de 6 cartes : cela correspond au nombre de façons de prendre 6 objets parmi 40 soit $\binom{40}{6} = \mathbf{3\,838\,380}$
2. Choix des 2 couleurs différentes parmi les 4 : $\binom{4}{2} = 6$

   Choix des 2 cartes d'une même couleur :$\binom{10}{2} = 45$

   Choix des 4 cartes d'une même couleur : $\binom{10}{4} = 210$

   Nombre de mains possibles : $\mathbf{6 \times 45 \times 210 = 56\,700}$
3. Choix des 3 figures noires parmi les 6 : $\binom{6}{3} = 20$

   Choix de la couleur parmi les deux possibles : 2

   Choix des 3 cartes parmi les 7 possibles (les 10 de la couleur moins les 3 figures) : $\binom{7}{3} = 35$

   Nombre de mains possibles : $\mathbf{20 \times 2 \times 35 = 1400}$
4. 1er cas : il s'agit de l'as de cœur

   As de cœur ET 2 cartes de cœur parmi les 9 restantes ET 3 cartes parmi les 27 non cœur et non as que l'on peut prendre

   Nombre de mains possibles pour ce cas : $1 \times \binom{9}{2} \times \binom{27}{3} = 105\,300$

   2ème cas : 1 as autre que celui de cœur ET 3 cartes de cœur autres que l'as de cœur ET 2 cartes parmi les 27 non cœur et non as que l'on peut prendre.

   Nombre de mains possibles pour ce cas : $3 \times \binom{9}{3} \times \binom{27}{2} = 88\,452$

   Nombre total de mains possibles (cas 1 OU 2) : 105 300 + 88 452=193 752