ൟ Interrogation écrite n°12 ൟ

Exercice 1 **6 points**

La production d'une entreprise de matériel mathématique est composée à 70 % d'équerres et à 30 % de rapporteurs.
Suite à un problème en usine, 20 % des équerres ont des défauts et 30 % des rapporteurs n'en ont pas.
On choisit au hasard un matériel de l'usine.
On notera E l'événement "prendre une équerre", et D l'événement "le matériel choisi est défectueux".

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité de prendre une équerre sans défaut ?
3. Montrer que $P(\overline{D}) = 0,65$: interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.
4. Le matériel n'a pas de défaut, quelle est la probabilité que ce soit une équerre ?
5. On choisit au hasard n matériels (équerres, rapporteurs confondus), en assimilant ce tirage à un choix avec remise. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de matériels n'ayant pas de défaut ; on admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,65$. Combien faudra-t-il choisir de matériels afin que la probabilité qu'il y en ait au moins un qui ait un défaut soit supérieur à 0,99 ?

Exercice 2 **3 points**

1. Dans un groupe de spécialité mathématiques de 19 élèves, on s'intéresse à la 2e spécialité des élèves. Parmi les expériences aléatoires ci-dessous donner celles qui correspondent à une épreuve de Bernoulli (en justifiant).
   a. on choisit un élève au hasard et on lui demande quelle est sa 2^e spécialité.
   b. on choisit un élève au hasard et on lui demande s'il suit également la spécialité physique-chimie.
   c. on choisit 2 élèves au hasard et on leur demande si l'un suit la spécialité SES et l'autre la spécialité NSI.
2. On prélève 5 pièces, avec remise, dans un lot de 100 000 pièces contenant 1000 défectueuses. La qualité de chaque pièce est supposée indépendante de celles des autres. La variable aléatoire X compte le nombre de pièces défectueuses tirées. Quelle est la loi de probabilité de X? Préciser les paramètres.

Exercice 3 **5 points**

Soit Y une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0,4$. On arrondira les résultats à 10^{-4} près.

1. Écrire la formule avec les coefficients binomiaux puis donner la valeur arrondie grâce à la calculatrice des probabilités suivantes :

   a. $P(Y = 3)$

   b. $P(Y \geqslant 7)$

2. Après avoir exprimé les probabilités ci-dessous avec des probabilités du type $P(Y \leqslant a)$, calculer les probabilités suivantes.

   a. $P(2 \leqslant Y < 7)$

   b. $P(Y > 4)$

3. Calculer, en détaillant, l'espérance et l'écart-type de Y.

Exercice 4 **2 points**

Z suit la loi binomiale de paramètres $n = 42$ et $p = 0,55$. Répondre aux questions suivantes en justifiant. On arrondira les résultats à 10^{-4} près.

1. L'intervalle [16 ; 28] est-il un intervalle de fluctuation au seuil de 0,90 pour Z ?
2. Déterminer le plus grand entier a tel que $P(Z \leqslant a) < 0,01$.

Exercice bonus **1 point**

T suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,6$. Déterminer un intervalle de fluctuation centré au seuil de 95 % associé à T. On veillera à ce que l'intervalle soit le plus petit possible.