

Devoir maison n°6

A rendre pour le mardi 07 février dernier délai

Les exercices 1 et 2 sont obligatoires, l'exercice 3 est facultatif.

EXERCICE 1 : ex. 116 p331 de votre manuel

EXERCICE 2

Dans le magasin d'Hugo, les clients peuvent louer deux types de vélos : vélos de route ou bien vélos tout terrain.

Chaque type de vélo peut être loué dans sa version électrique ou non.

On choisit un client du magasin au hasard, et on admet que :

- Si le client loue un vélo de route, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,4;
- Si le client loue un vélo tout terrain, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,7;
- La probabilité que le client loue un vélo électrique est de 0,58.

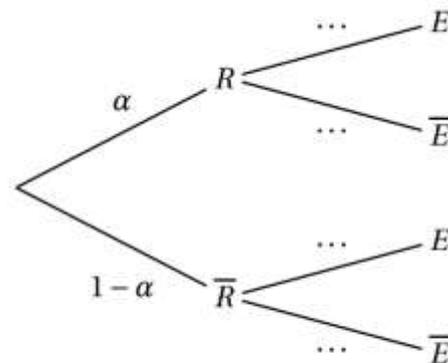
On appelle α la probabilité que le client loue un vélo de route, avec $0 \leq \alpha \leq 1$.

On considère les événements suivants :

- R : « le client loue un vélo de route »;
- E : « le client loue un vélo électrique »;
- \bar{R} et \bar{E} , événements contraires de R et E .

On modélise cette situation aléatoire à l'aide de l'arbre reproduit ci-contre :

Si F désigne un événement quelconque, on notera $p(F)$ la probabilité de F .



1. Recopier cet arbre sur la copie et le compléter.

2. a. Montrer que $p(E) = 0,7 - 0,3\alpha$.

b. En déduire que : $\alpha = 0,4$.

3. On sait que le client a loué un vélo électrique.

Déterminer la probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain. On donnera le résultat arrondi au centième.

4. Quelle est la probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique ?

5. Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros.

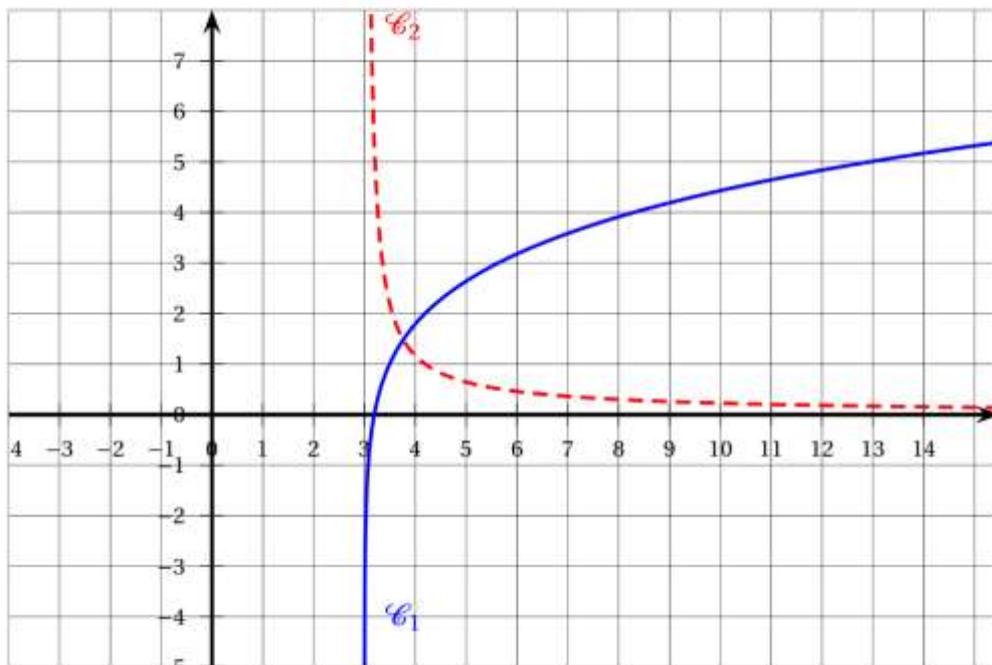
Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros.

On appelle X la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.

- a. Donner la loi de probabilité de X . On présentera les résultats sous forme d'un tableau.
- b. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter ce résultat.
6. Lorsqu'on choisit 30 clients d'Hugo au hasard, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
- On note Y la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électrique.
- On rappelle que la probabilité de l'événement E est : $p(E) = 0,58$.
- a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.
- c. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

EXERCICE 3 : Facultatif

Partie A



Dans le repère orthonormé ci-dessus, sont tracées les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée, notée f' , toutes deux définies sur $]3 ; +\infty[$.

1. Associer à chaque courbe la fonction qu'elle représente. Justifier.
2. Déterminer graphiquement la ou les solutions éventuelles de l'équation $f(x) = 3$.
3. Indiquer, par lecture graphique, la convexité de la fonction f .

Partie B

1. Justifier que la quantité $\ln(x^2 - x - 6)$ est bien définie pour les valeurs x de l'intervalle $]3; +\infty[$, que l'on nommera I dans la suite.
2. On admet que la fonction f de la Partie A est définie par $f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$ sur I .
Calculer les limites de la fonction f aux deux bornes de l'intervalle I .
En déduire une équation d'une asymptote à la courbe représentative de la fonction f sur I .
3.
 - a. Calculer $f'(x)$ pour tout x appartenant à I .
 - b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur I .
Dresser le tableau des variations de la fonction f en y faisant figurer les limites aux bornes de I .
4.
 - a. Justifier que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]5; 6[$.
 - b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, un encadrement de α à 10^{-2} près.
5.
 - a. Justifier que $f''(x) = \frac{-2x^2 + 2x - 13}{(x^2 - x - 6)^2}$.
 - b. Étudier la convexité de la fonction f sur I .