Éléments de correction de la feuille d'exercices du chapitre 10

Exercice 1

a. $x+3=1\times x+3$, donc $m=1$ et $p=3$.

b. $2x-1=2\times x+(-1)$, donc $m=2$ et $p=-1$.

c. $2-5x=-5x+2=-5\times x+2$, donc $m=-5$ et $p=2$.

d. $x=1\times x+0$, donc $m=1$ et $p=0$.

e. $7=0\times x+7$, donc $m=0$ et $p=7$.

f. $-\frac{1}{2}x=-\frac{1}{2}\times x+0$, donc $m=-\frac{1}{2}$ et $p=0$.

g. $\frac{x}{3}=\frac{1}{3}\times x+0$, donc $m=\frac{1}{3}$ et $p=0$.

h. $-\frac{3}{4}x=-\frac{3}{4}\times x+0$, donc $m=-\frac{3}{4}$ et $p=0$.

i. $7-0{,}5x=-0{,}5x+7=-0{,}5\times x+7$, donc $m=-0{,}5$ et $p=7$.

Exercice 2

a. La fonction est affine mais pas linéaire : *m = 1* et *p = 1*.

b. La fonction est linéaire, et son coefficient est *m =4*.

c. La fonction est linéaire, et son coefficient est *m =1,8*.

d. La fonction est affine mais pas linéaire : *m = 1* et *p = -3*.

e. La fonction est linéaire, et son coefficient est $m=\frac{2}{3}$.

f. La fonction est affine mais pas linéaire : *m = 2* et *p = 1*.

Exercice 3

a. $0{,}5x=0{,}5\times x$ donc la fonction est linéaire, et son coefficient est *m =0,5*.

b. Il y a un « carré » à *x*, donc la fonction n'est pas affine (et donc pas linéaire non plus!).

c. $-x=-1\times x$ donc la fonction est linéaire, et son coefficient est *m = -1*.

d. Il n'y a pas de *x*, donc la fonction est constante, donc affine : *m = 0* et *p = 3*.

e. $2(x-5)=2\times x-2\times 5=2x-10$ la fonction est affine mais linéaire : *m = 2* et *p = -10*.

f. $\frac{x}{4}=\frac{1\times x}{4}=\frac{1}{4}\times x=0{,}25\times x$ donc la fonction est linéaire, et son coefficient *m* est 0,25 ou $\frac{1}{4}$.

Exercice 4

a. Fonctions linéaires : *h* et *i*.

b. Fonction affines : *g*, *j* et *k*.

Remarque : pour la fonction i : $i(x)=(7-2)x=5x$. *C'est bien une fonction linéaire !*

Exercice 5

1. $h(5)=3\times5-4=15-4=11$: réponse b.

2. $h(1)=3\times1-4=3-4=-1$: réponse a.

3. On cherche x tel que *h(x)=0*, c'est-à-dire :

$$3x-4=0$$
$$3x-4+4=0+4$$
$$3x=4$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{4}{3}$$
$$x=\frac{4}{3}$$

Réponse c.

4. On cherche x tel que *h(x)=5*, c'est-à-dire :

$$3x-4=5$$
$$3x-4+4=5+4$$
$$3x=9$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3}$$
$$x=3$$

Réponse b.

Exercice 6

g est la fonction linéaire de coefficient -2,4 signifie que *g*(*x*)=-2,4*x*

a. On cherche le nombre *x* tel que *g*(*x*)=-8, c'est à dire $-2{,}4x=-8$:

$$-2{,}4x=-8$$
$$\frac{-2{,}4x}{-2{,}4}=\frac{-8}{-2{,}4}$$
$$x=\frac{10}{3}$$

Donc l'antécédent de -8 par la fonction *g* est $\frac{10}{3}$ (et pas 3, ni 3,3 ni 3,33 ni 3,333 etc... on laisse en **fraction**!!)

b. $g(9)=-2{,}4\times9=-21{,}6$: l'image de 9 par la fonction *g* est -21,6.

Exercice 7

a. $f(3)=-3,5\times3=-10,5$: l'image de 3 par la fonction *f* est -10,5.

b. On cherche le nombre *x* tel que *f*(*x*)=-14, c'est à dire $-3,5x=-14$:

$$-3,5x=-14$$
$$\frac{-3,5x}{-3,5}=\frac{-14}{-3,5}$$
$$x=4$$

Donc l'antécédent de -14 par la fonction *f* est 4.

c. $f(-16)=-3,5\times(-16)=56$: l'image de -16 par la fonction *f* est 56.

d. On cherche le nombre qui a pour image 21, c'est-à-dire qu'on cherche le nombre *x* tel que *f*(*x*)=21, c'est à dire $-3,5x=21$:

$$-3,5x=21$$
$$\frac{-3,5x}{-3,5}=\frac{21}{-3,5}$$
$$x=-6$$

Donc l'antécédent de 21 par la fonction *f* est -6.

Exercice 8

a. *f(x) = -x+4* : c'est une fonction affine dont les coefficients sont : *m =-1* et *p =4*.

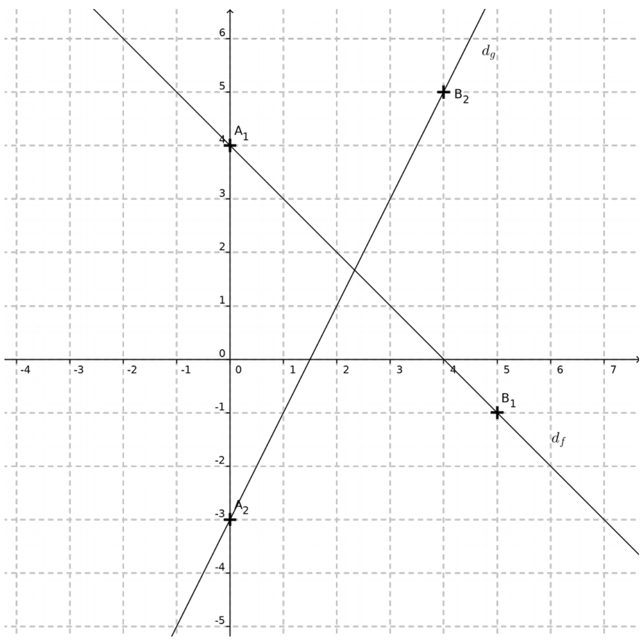
- Comme *p =4*, on sait que le point A_1 (0;4) appartient à la droite
- Pour trouver le 2e point, on choisit une abscisse (par exemple 5), et on calcule son image par la fonction *f* : *f(5) = -5+4 = -1*. Donc le point B_1 (5 ;-1) appartient à la droite d_f.

Voir graphique ci-dessous.

b. *g(x) = 2x-3 :* c'est une fonction affine dont les coefficients sont : *m =2* et *p =-3*.

- Comme *p =-3*, on sait que le point A_2(0;-3) appartient à la droite
- Pour trouver le 2e point, on choisit une abscisse (par exemple 4), et on calcule son image par la fonction g : g*(4) = 2×4-3 = 8-3 = 5*. Donc le point B_2(4 ; 5) appartient à la droite d_g.

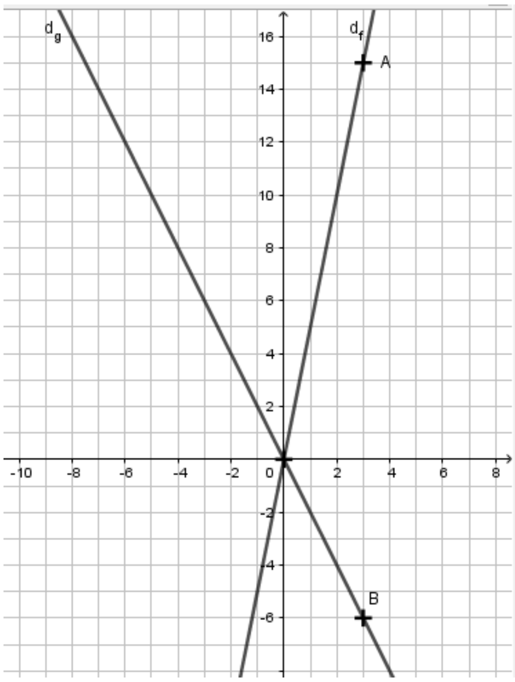
Voir graphique ci-dessous.



Exercice 9

a. On choisit un nombre (3) et on calcule son image par la fonction f : $f(3)=5\times3=15$, donc le point A(3 ; 15) appartient à la droite d_f qui représente la fonction f. On place ce point dans le repère puis on trace la droite qui passe par l'origine et par A. Voir graphique ci-dessous.

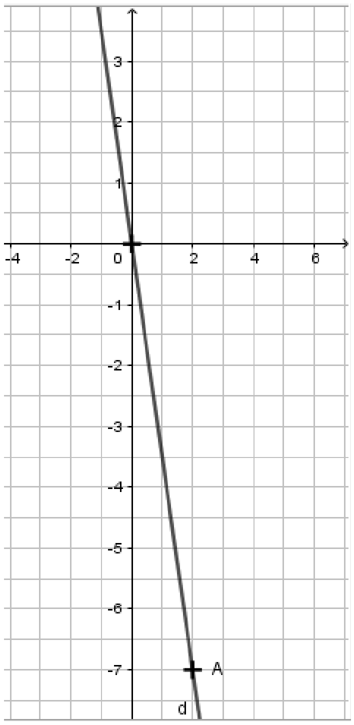
b. On choisit un nombre (3) et on calcule son image par la fonction g : $g(3)=-2\times3=-6$, donc le point B(3 ; -6) appartient à la droite d_g qui représente la fonction g. On place ce point dans le repère puis on trace la droite qui passe par l'origine et par B. Voir graphique ci-dessous.



Exercice 10

On choisit un nombre (2) et on calcule son image par la fonction h: $h(2)=-3{,}5\times2=-7$, donc le point A(2 ; -7) appartient à la droite d qui représente la fonction h.

On place ce point dans le repère puis on trace la droite qui passe par l'origine et par A :



Exercice 11

a. *g(0)=50* et l'antécédent de 350 est 120.

b. *g(0)=50* : cela signifie que si on consomme 0 m³ d'eau, on paye 50€ (ce qui correspond à l'abonnement en fait!)

L'antécédent de 350 est 120 : cela signifie que si on consomme 350 m³ d'eau, on paye une facture de 120€.

Exercice 12

a. La droite coupe l'axe des ordonnées en 3, donc l'ordonnée à l'origine b vaut 3.
Grâce aux flèches bleues, quand on avance de 1 à droite, **on descend** de **2**, donc le coefficient directeur *m* vaut **– 2**.

b. La droite coupe l'axe des ordonnées en 1, donc l'ordonnée à l'origine b vaut 1.
Grâce aux flèches bleues, quand on avance de 1 à droite, **on monte** de **1**, donc le coefficient directeur *m* vaut **+ 1**.

c. La droite coupe l'axe des ordonnées en -2, donc l'ordonnée à l'origine b vaut -2.
Grâce aux flèches bleues, quand on avance de 1 à droite, **on monte** de **3**, donc le coefficient directeur *m* vaut **+ 3**.

Exercice 13

a. La droite coupe l'axe des ordonnées en -2, donc l'ordonnée à l'origine *p* vaut -2.

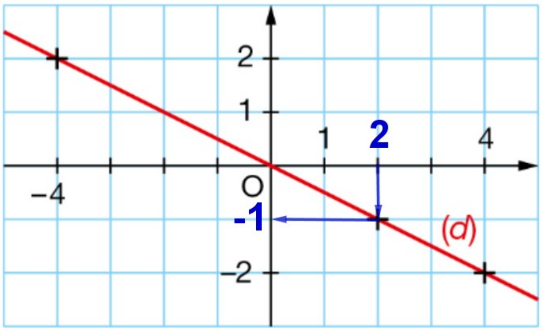
b. En passant du point A au point B : quand on avance de 1 à droite, **on monte** de 2, donc le coefficient directeur *m* vaut + 2.

c. $f(x) = 2x-2$.

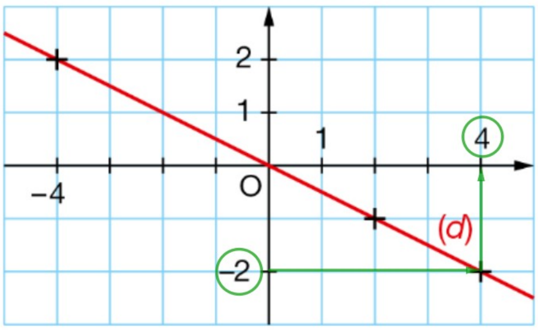
Exercice 14

1. La fonction *f* est linéaire car sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

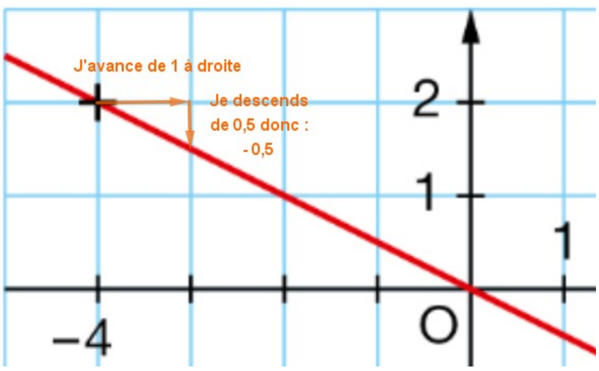
2. a. L'image de 2 est -1 :



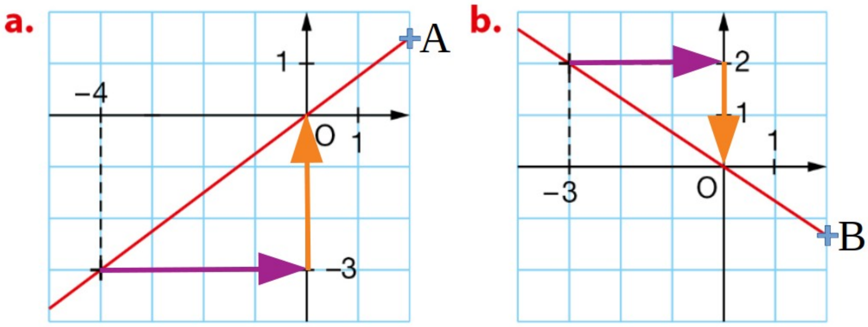
b.L'antécédent de -2 est 4 :



3. $f(x)=-0,5x$ En effet, le coefficient *m* est -0,5 :



Exercice 15



a. Lorsque j'avance de 4 carreaux, je **MONTE** de 3 carreaux, donc en divisant tout par 4 :

Lorsque j'avance de 1 carreaux, je **MONTE** de $\frac{3}{4}$ de carreau (ou 0,75 carreau).

Le coefficient *m* de la fonction *f* est donc $\frac{3}{4}$ (ou 0,75) et l'expression algébrique de la fonction est $f(x)=\frac{3}{4}x$ (ou $f(x)=0,75x$).

Calculons l'image de 2 : $f(2)=0,75\times2=1,5$. Donc le point A de coordonnées (2 ; 1,5) doit appartenir à la droite, ce qui est effectivement le cas.

b. Lorsque j'avance de 3 carreaux, je **DESCENDS** de 2 carreaux, donc en divisant tout par 3 :

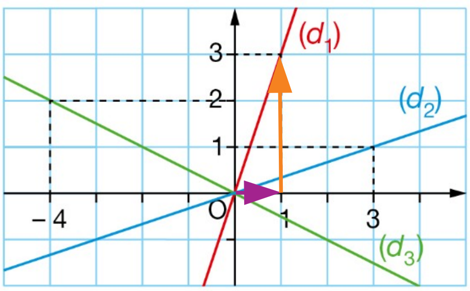
Lorsque j'avance de 1 carreaux, je **DESCENDS** de $\frac{2}{3}$ de carreau.

Le coefficient *m* de la fonction *f* est donc $\frac{-2}{3}$ et l'expression algébrique de la fonction est $f(x)=-\frac{2}{3}x$.

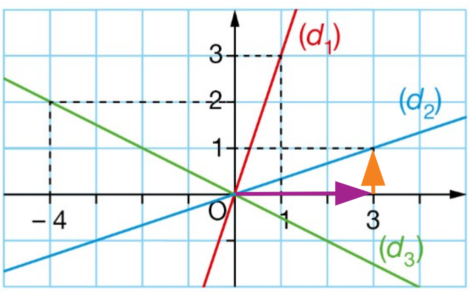
Calculons l'image de 2 : $f(2)=-\frac{2}{3}\times2=\frac{-2\times2}{3}=\frac{-4}{3}\approx-1,33$. Donc le point B de coordonnées (2 ; -1,33) doit appartenir à la droite, ce qui est effectivement le cas.

Exercice 16

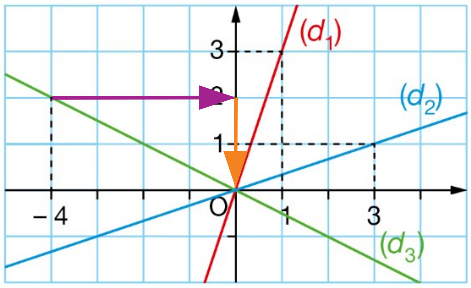
- **Droite (d_1) :**

	La droite passe par l'origine, donc c'est la représentation graphique d'une fonction linéaire : $f(x)=ax$. Lorsque j'avance de 1 carreau, je **MONTE** de 3 carreaux, donc le coefficient *m* de la fonction *f* est +3 et l'expression algébrique de la fonction est $f(x)=3x$

- **Droite (d_2) :**

	La droite passe par l'origine, donc c'est la représentation graphique d'une fonction linéaire : $g(x)=ax$. Lorsque j'avance de 3 carreaux, je **MONTE** de 1 carreau, donc en divisant tout par 3 : lorsque j'avance de 1 carreau, je **MONTE** de $\frac{1}{3}$ de carreau. Le coefficient *m* de la fonction *g* est donc $\frac{1}{3}$ et l'expression algébrique de la fonction est $g(x)=\frac{1}{3}x$ (ou $g(x)=\frac{x}{3}$).

- **Droite (d_3) :**

	La droite passe par l'origine, donc c'est la représentation graphique d'une fonction linéaire : $h(x)=ax$. Lorsque j'avance de 4 carreaux, je **DESCENDS** de 2 carreaux, donc en divisant tout par 4: lorsque j'avance de 1 carreau, je **DESCENDS** de $\frac{2}{4}$ carreau, soit 0,5 carreau. Le coefficient linéaire de la fonction *h* est donc $-0{,}5$ et l'expression algébrique de la fonction est $h(x)=-0{,}5x$.

Exercice 17

g étant une fonction linéaire, le tableau de valeur est un tableau de proportionnalité :

÷2,8 ×2,8

x	-3	-2	2,5	**0**	**-5**	**0,25**
g(x)	**-8,4**	**-5,6**	**7**	0	-14	0,7

Exercice 18

h étant une fonction linéaire, le tableau de valeur est un tableau de proportionnalité :

÷(-3,2) ×-3,2

x	-3	**-2,5**	-1,5	**-0,75**	0	**5**
g(x)	**9,6**	8	**4,8**	2,4	**0**	-16

Exercice 19

a. $9\div7=\frac{9}{7}$; $10\div8=1{,}25\neq\frac{9}{7}$ donc le tableau n'est pas proportionnel, et la fonction *f* n'est pas une fonction linéaire.

Remarque : on n'a pas besoin de faire le 3e calcul, car les 2 premiers résultats étant différents, c'est suffisant pour conclure.

b. $4\div-3=-\frac{4}{3}$; $3\div(-4)=-\frac{4}{3}$ et $-12\div9=-\frac{4}{3}$ on trouve les 3 même résultats, donc le tableau est proportionnel, donc la fonction *f* peut être linéaire, et dans ce cas son coefficient est $-\frac{4}{3}$.

c. L'image de 0 est bien 0, puis :
$-11\div(-10)=1{,}1$; $-5{,}5\div(-5)=1{,}1$, $-1{,}1\div(-1)=1{,}1$, $2{,}2\div2=1{,}1$, $11\div10=1{,}1$
et $23\div21\approx1{,}0952...\neq1{,}1$ donc le tableau n'est pas proportionnel, et la fonction *f* n'est pas une fonction linéaire.

Exercice 20

a. I(x) = 50x
g(x) = 400 + 30x (ou *g(x)=30x+400*)

b. Représentation graphique de la fonction *I* : c'est une fonction linéaire, donc sa droite passe par l'origine. Il faut un 2e point pour pouvoir la tracer : pour cela on choisit une abscisse (*x=6* par exemple) et on calcule son image. $I(6)=50\times6=300$ donc le point A(6;300) appartient à la droite. On peut donc la tracer dans le repère (voir page suivante).

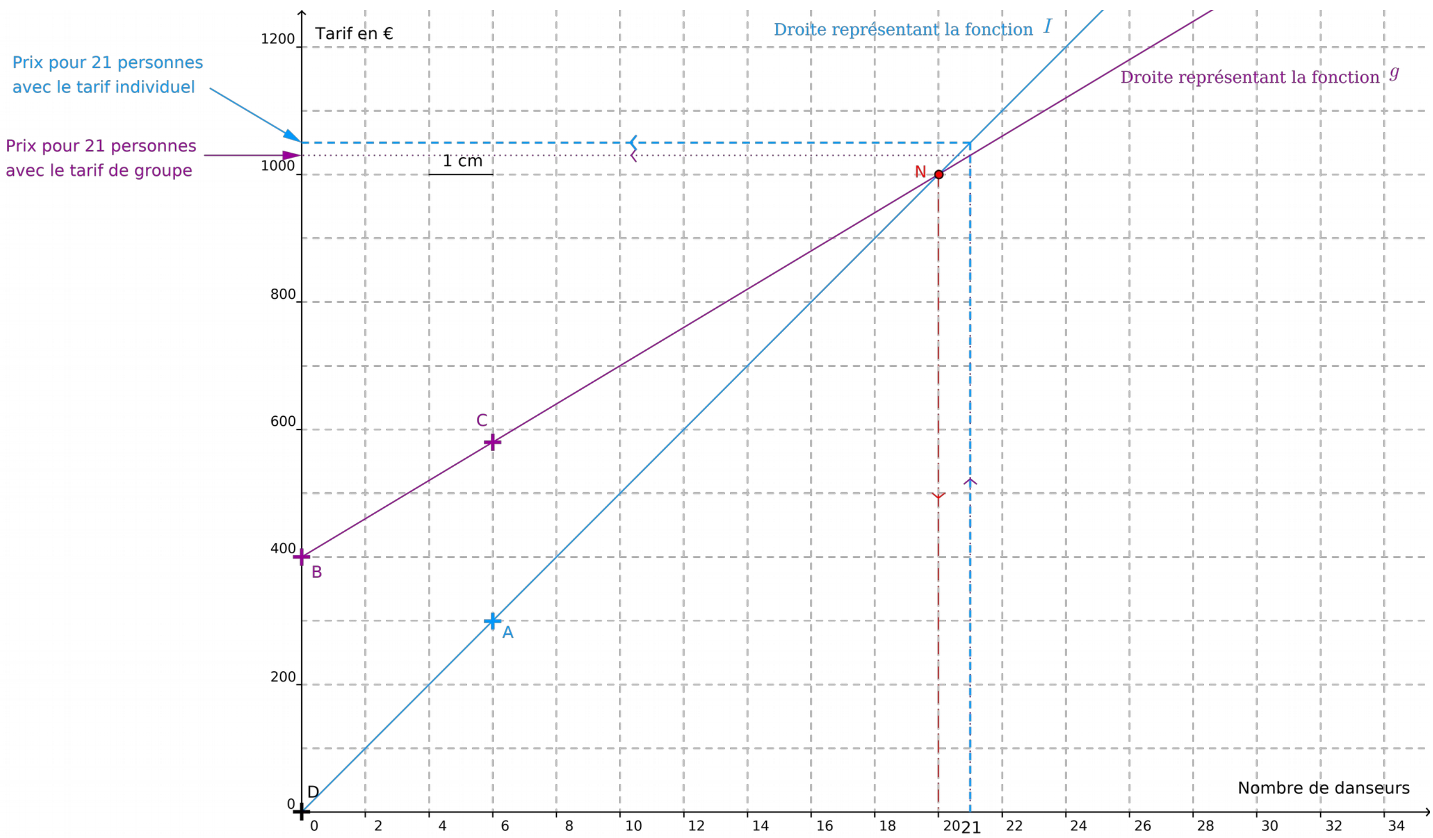
Représentation graphique de la fonction *g* : c'est une fonction affine dont les coefficients sont *m =30* et *p =400*, donc sa droite passe par le point B(0;400).
Il faut un 2e point pour pouvoir la tracer : pour cela on choisit une abscisse (*x=6* par exemple) et on calcule son image. $g(6)=400+30\times6=400+180=580$ donc le point C(6;580) appartient à la droite. On peut donc la tracer dans le repère (voir page suivante).

c. Avec les segment en pointillés bleus et violets, on voit que le prix payé avec le tarif de groupe est légèrement inférieur à celui payé avec le tarif individuel. C'est donc le tarif de groupe qui est plus avantageux pour un groupe de 21 danseurs.

d. On paye le même prix à l'endroit où les deux droites se croisent (le point N). Cela correspond à un groupe de 20 danseurs. Pour justifier cette réponse par un calcul, cela revient à chercher le nombre de danseurs x tels que I(x)=g(x), c'est-à-dire tel que *50x = 30x+400*. Il faut résoudre cette équation :

$$50x=30x+400$$
$$50x-30x=30x+400-30x$$
$$20x=400$$
$$\frac{20x}{20}=\frac{400}{20}$$
$$x=20$$

On retrouve bien le résultat lu sur le graphique.



Exercice 21

a. C'est la fonction $x \rightarrow 8+0,5x$ qui correspond au tarif C, car on paye une fois 8€, puis 5 centimes d'euros (soit 0,05 €) pour chaque élève.

b. **Tarif A** : la fonction *a* du tarif A est une fonction constante, car on paye 18€ pour 1 élève, comme pour 10 élèves, comme pour 50 élèves etc. Donc son expression algébrique est ***a(x)=18***, et sa représentation graphique est une droite horizontale qui passe par 18 sur l'axe des ordonnées.

Tarif B : la fonction *b* du tarif B est une fonction linéaire, car on paye 18 centimes d'euros (soit 0,18€) pour chaque élève. Donc son expression algébrique est ***b(x)=0,18x***, et sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

Pour placer un 2e point, on choisit une abscisse (par exemple *x=100*) et on calcule son image : $b(100)=0,18\times100=18$. Donc le point M(100;18) appartient à la droite.

Tarif C : d'après la question 1, la fonction algébrique qui correspond au tarif C est ***c(x)=8+0,05x***. C'est une fonction affine (avec le coefficient directeur *m =0,5* et l'ordonnée à l'origine *p =8*), donc sa représentation graphique est une droite qui passe par le point N(0;8) sur l'axe des ordonnées.

Puis, pour avoir un 2e point, on choisit une abscisse (par exemple *x=100*) et on calcule son image : $c(100)=8+0{,}05\times100=8+5=13$. Donc le point P(100;13) appartient à la droite.

c. Le tarif A est plus intéressant que le tarif C à partir du moment où le la droite représentant le tarif C dépasse celle représentant le tarif A. Comme ces deux droites se croisent au point **I(200,18)**, le tarif A est plus intéressant à partir de 201 élèves (et pas 200, puisqu'à 200 élèves, les prix sont les mêmes!)

d. On peut répondre à cette question par lecture graphique ou par le calcul :

Méthode : lecture graphique

Lorsqu'on part de 209 sur l'axe des abscisses, et qu'on remonte verticalement, on croise d'abord la droite du tarif A (point D) puis celle du tarif C (point E) puis celle du tarif B (pas de point car il serait trop haut). Cela signifie que le tarif le plus avantageux est le tarif A.

OU

Méthode : calcul

On calcule les images de 209 par les 3 fonctions :

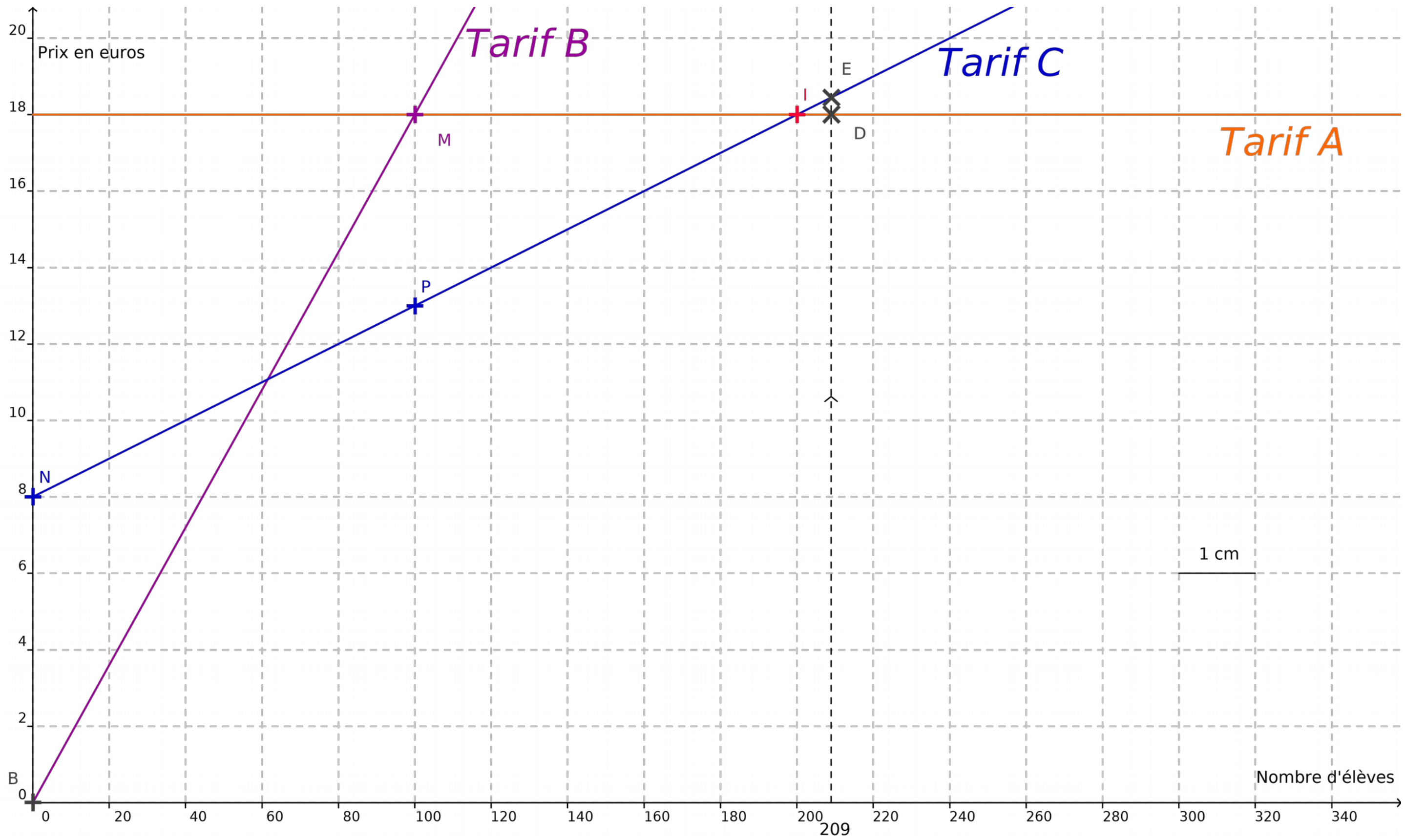
$a(209)=18$

$b(209)=0{,}18\times209=37{,}62$

$c(100)=8+0{,}05\times209=18{,}45$

Le tarif le plus avantageux est donc le tarif A, puisqu'on paye 18€ pour 209 élèves, alors qu'avec le tarif B on paye 37,62 € et avec le tarif C on paye 18,45€.

Graphique :



Exercice 22

1. A début du jeu le guerrier a 50 points, le mage 0 et le chasseur 40. Donc c’est le guerrier le plus fort et le mage le moins fort.

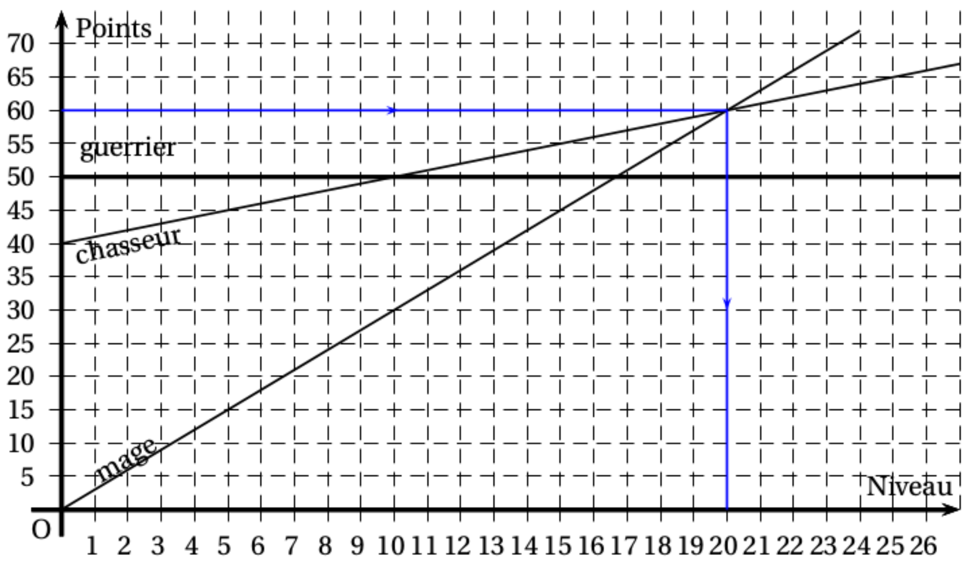
2. Voir ci-dessous.

Niveau	0	1	5	10	15	25
Points du guerrier	50	50	50	50	50	50
Points du mage	0	3	15	30	45	75
Points du chasseur	40	41	45	50	55	65

3. Au niveau 10 le chasseur a autant de point que le guerrier.

4. La fonction *f* correspond au mage ; la fonction *g* correspond au guerrier et la fonction *h* correspond au chasseur

5. Voir ci-dessous.



6. A partir du niveau 21, on voit que la droite associée à la fonction *f* est au dessus des deux autres droites, donc c’est à partir de ce niveau que le mage devient le plus fort.